



| | |
|-------------------------------------|-----------------------|
| <input type="checkbox"/> | Kandidaatintutkielma |
| <input checked="" type="checkbox"/> | Pro gradu -tutkielma |
| <input type="checkbox"/> | Lisensiaatintutkielma |
| <input type="checkbox"/> | Väitöskirja |

| | | | |
|----------|---|------------|-----------|
| Oppiaine | Taloustiede | Päivämäärä | 14.4.2021 |
| Tekijä | Tuomas Lamponen | Sivumäärä | 81 |
| Otsikko | Tuotto-riskimielessä tehokas futuurisuojaus. Tarkastelussa staattiset mallit. | | |
| Ohjaaja | Prof. Heikki Kauppi | | |

Tiivistelmä

Tämän pro gradu -tutkielman tarkoituksena on selvittää, millaisia ovat keskeiset tuotto-riski-suhteen maksimoivat staattiset mallit, jotka perustuvat vain kyseiseen futuuriin ja suojattavaan kohde-etuuteen. Käsiteltäviä tuotto-riskimielessä tehokkaita malleja ovat Sharpen malli, HKL-malli, M-MEG-malli ja M-GSV-malli. Näistä kaksi ensimmäistä perustuvat tuotto-varianssi-suhteeseen ja kaksi muuta vaihtoehtoiseen riskimittaan. Jälkimmäiset tuottavat suojauksen, joka on stokastisesti dominantti, mihin ei varianssia hyödyntävällä suojauksella päästä kuin tiettyjen ehtojen vallitessa. Futuureilla sijoitettaessa minimivarianssisuojaus on usein oletusarvoinen suojausmetodi, mikä ei kuitenkaan sovi vähemmän riskiä karttavan sijoittajan preferensseihin. Tutkimuksessa selvitetään mallien hyötyä suhteessa minimivarianssisuojaukseen.

Tarkasteltaviin malleihin liittyy ehtoja, joiden toteutuminen on välttämätöntä, jotta niistä saataisiin lisähyötyä. Varianssia riskin mittana käyttävät mallit ovat sijoittajalle hyödyllisiä vain, mikäli futuurituotot eivät seuraa puhdasta martingaaliprosessia. Vaihtoehtoista riskin mittaa hyödyntävät mallit taas edellyttävät martingaalisuusehdon lisäksi sitä, että spot- ja futuurituotosten yhteisjakauma ei ole normaali. Mikäli ehdot eivät toteudu, tuottavat mallit suojauskertoimen, joka vastaa minimivarianssisuojauksia. Tutkielmassa tehdään aiemman tutkimuksen valossa katsaus mallien piirteisiin, ongelmiin ja sovellettavuuteen sekä siihen, miten edellä mainitut ehdot toteutuvat futuurimarkkinoilla.

Aiemman tutkimuksen perusteella futuurituotot seuraavat muutoin mahdollisesti puhdasta martingaaliprosessia, mutta mikäli kohde-etuus on osakeindeksi, ovat tulokset ristiriitaisia. Yhteisjakauman normaalisuus puolestaan vaikuttaa toteutuvan erittäin todennäköisesti lyhyillä futuurisopimuksilla ja melko todennäköisesti pitkällä. Sharpen malliin liittyy rakenteellisia ongelmia, joiden on havaittu empirian valossa tuottavan epäloogisia suojauksia. Vaikka ehtoihin liittyvät tulokset eivät anna varmuutta mallien soveltuvuudesta, voi niiden käyttöä suositella haittojen rajoittuessa mahdollisiin vähäisiin lisäkustannuksiin. Sijoittajan on rationaalista käyttää erityisesti M-MEG- ja M-GSV-malleja, sillä niiden riskikomponentit ovat sovellettavissa siinä melko todennäköisessä tilanteessa, että yhteisjakauma ei noudata normaalijakaumaa.

| | |
|------------|--|
| Avainsanat | Futuurisuojaus, tuotto-riskisuhde, yhteisjakauman normaalisuus, martingaaali, stokastinen dominanssi |
|------------|--|



TUOTTO-RISKIMIELESSÄ TEHOKAS FUTUURISUOJAUS

Tarkastelussa staattiset mallit

Taloustieteen
pro gradu -tutkielma

Laatija:
Tuomas Lamponen

Ohjaaja:
Heikki Kauppi

14.4.2021
Turku



Turun yliopiston laatu järjestelmän mukaisesti tämän julkaisun alkuperäisyys on tarkastettu Turnitin OriginalityCheck -järjestelmällä.

SISÄLLYS

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | JOHDANTO..... | 10 |
| 2 | FUTUURISUOJAUKSEN PERUSTEORIA | 18 |
| 2.1 | Hyötyteoria..... | 18 |
| 2.2 | Portfolioteoria ja Capital Asset Pricing -malli..... | 19 |
| 2.3 | Futuurit suojausvälineenä..... | 26 |
| 2.4 | Minimivarianssisuojaus | 30 |
| 2.5 | Puhdas martingaaliprosessi | 33 |
| 3 | TUOTTO-RISKISUHTEEN MAKSIMOIVA SUOJAUS | 36 |
| 3.1 | Futuuriin vaikutus tehokkaaseen rintamaan | 36 |
| 3.2 | Vaihtoehtoiset riskin mitat futuurisuojauksessa..... | 38 |
| 3.2.1 | Alempi osittaismomentti | 38 |
| 3.2.2 | Gini-kertoimen keskimääräinen erotus | 44 |
| 3.3 | Tuotto-riskisuhteen maksimoivan suojauksen luovat mallit..... | 51 |
| 3.3.1 | Sharpen maksimointi..... | 51 |
| 3.3.2 | HKL-malli | 53 |
| 3.3.3 | M-GSV-malli..... | 54 |
| 3.3.4 | M-MEG-malli | 56 |
| 3.4 | Malleissa havaitut rajoitteet | 58 |
| 4 | TEHOKAS SUOJAUS EMPIIRISEN TUTKIMUKSEN VALOSSA | 61 |
| 4.1 | Yleiset futuurisuojausten tutkimiseen liittyvät rajoitteet | 61 |
| 4.2 | Yhteisjakauman normaalisuutta ja puhdasta martingaalisuutta koskevien oletusten paikkansapitävyys empirian valossa | 63 |
| 4.3 | Mallien suhde empiriseen tutkimukseen | 67 |
| 5 | JOHTOPÄÄTÖKSET | 70 |
| | LÄHTEET..... | 79 |



KUVIOT

| | |
|---|----|
| Kuvio 1 Riskinkarttajan indifferenssikäyriä | 19 |
| Kuvio 2 Rintamat osakkeiden eri korrelaatioilla..... | 24 |
| Kuvio 3 Pääomamarkkinasuora..... | 25 |
| Kuvio 4 Futuurin tuotto/tappio..... | 28 |
| Kuvio 5 Basis-riski | 29 |
| Kuvio 6 Spot- ja futuurihintojen mukainen suojauskertoimen regressio..... | 32 |
| Kuvio 7 CAPM:n mukainen beta-kertoimen regressio..... | 32 |
| Kuvio 8 Tuotto-riskisuojaus tehokkaalla rintamalla..... | 36 |
| Kuvio 9 Tehokas rintama hyödykefutuureilla ja ilman | 37 |
| Kuvio 10 Safety first -mallin mukainen tehokas rintama | 42 |
| Kuvio 11 Mean-preserving spreadin vaikutus Lorenz-käyrään | 47 |
| Kuvio 12 Tehokas rintama varallisuuden ja gini-arvon funktiona..... | 50 |

TAULUKOT

| | |
|---|----|
| Taulukko 1 Suojausmallin typistymisen minimivarianssisuojaukseksi | 59 |
|---|----|



1 JOHDANTO

Tutkin pro gradu- tutkielmassani tuotto-riskisuhteen maksimointia futuurisuojauskella, eli käytännössä odotetun hyödyn näkökulmasta optimaalisen futuurisuojauksen muodostamista. Optimaalinen futuurisuojaus riippuu käytännössä optimoitavasta funktiosta (Chen ym. 2014). Tarkastelussa ovat mallit, jotka ottavat riskin lisäksi myös odotetun tuoton huomioon ja ovat sen lisäksi staattisia. Mallien riskiparametreina esiintyy varianssin lisäksi myös muita riskin mittareita. Sellaiset mallit, jotka ovat sekä staattisia että ottavat myös muut sijoituskohteet huomioon, jätetään myös tarkastelun ulkopuolelle, sillä niitä ei ole tämän tutkielman laajuudessa järkevää sisällyttää mukaan.

Tutkimuksessa esitellään sekä soveltamiskelpoisia malleja että malleja, joissa ilmenee sellaisia puutteita, jotka vaikeuttavat merkittävästi käytäntöön soveltamista. Tarkemmassa tarkastelussa on, miten käyttökelpoisia mallit ovat, ottaen huomioon millaisia puutteita niissä ilmenee, ja se, miten niiden pohjaoletukset toteutuvat markkinoilla. Lisäksi tuodaan esille, mitä tutkimukset sanovat eri malleilla saaduista eroista. Lopuksi esitetään yhteenveto siitä, mitä voidaan sanoa optimaalisesta futuurisuojauksesta mallien pohjaoleustusten, ominaispiirteiden ja empiirisen tutkimuksen tarjoamien havaintojen pohjalta.

Termiinit ovat käytännössä lähes identtinen instrumentti futuurien kanssa, mitä käsitellään tarkemmin luvussa 2.3. Tutkielman tulokset koskevat siis pitkälti myös termiinejä, mutta selkeyden ja yksinkertaisuuden vuoksi tutkielmassa puhutaan tämän sijoitusväline-tyypin kohdalla vain *futuureista*.

Nykyaikana riskienhallinta on olennainen osa yritystoimintaa johtuen etenkin makrotalouden ulkoisista shokeista. Maailmantaloutta heilauttavia kriisejä pystytään harvoin ennustamaan ja niiden nopea, ketjureaktionomainen eskaloituminen tekee niistä erityisen vahingollisia. (Jorion & Khoury 1996, 5–7.) Täydellisessä maailmassa yrityksen tulisi olla kiinnostunut vain odotetusta tuotosta ja riskistä. Konkurssi synnyttää kuitenkin ylimääräisiä ns. konkurssikustannuksia, joita ei yleensä oteta huomioon: yrityksen on realisoitava omistuksiaan alle markkinahinnan, brändiin liittyvän aineettoman pääoman arvostus heikkenee, velkojat saavat lisää valtaa yrityksestä ja lisäksi oma osansa menee kirjanpitäjien ja lakimiesten palkkioihin. Usein yrityksen onkin rationaalista rajoittaa konkurssin riskiä alentamalla sekä hajautettavissa olevan epäsystemaattisen riskin että ei-hajautettavissa olevan systemaattisen riskin suuruutta. (Hull 2010, 13–14.) Futuurisuojauskerroin mittaa ei-hajautettavissa olevaa markkinariskiä. Futuureilla suojaudutaankin riskeiltä, jotka ovat spesifejä. (Hull 2009, 60–61.) Eräs mahdollinen keino konkurssiriskin

vähentämiseen onkin siis futuurien käyttö, valikoimalla kohde-etuuksiksi keskeisiä yritykselle riskiä aiheuttavia tekijöitä.

Futuurisuojaus on havaittu useissa tutkimuksissa käytännössä tuottoisaksi tavaksi suojautua riskeiltä. Carter ym. (2006) havaitsivat, että petrolin hintamuutoksilta suojautuvat amerikkalaiset lentoyhtiöt ovat noin 10 % arvokkaampia kuin ei-suojautuvat verrokkiyhtiöt. Tutkimuksen mukaan suojautuminen myös auttaa yrityksiä tekemään kannattavia investointeja laskusuhdanteessa. Bartram ym. (2009) taas tarkastelivat 50 eri maassa yhteensä 7319 yrityksen johdannaistenkäyttöä. Lopputuloksena korkofutuurien käyttö nosti yrityksen arvoa noin 4–9 %, mutta valuutta- ja hyödykejohdannaisilla ei ollut vaikutusta. Allyannis ja Weston (2001) vuorostaan havaitsivat, että ulkomaanvaluuttariskiltä suojautuvien yritysten arvo on noin 5 % korkeampi.

Yleisesti futuurit ovat suosittu tapa suojautua hintariskiltä, johtuen niiden joustavuudesta instrumenttina sekä likviditeetistä, alhaisista transaktiokuluista ja käytännöllisyydestä (Shrestha ym. 2017). Optiot toimivat futuurien kanssa käytännössä kilpailevana riskinsuojausvälineenä. Kurssilaskun pelossa voidaan sopivan kokoisella myyntioptiopositiolla saavuttaa vastaava vaikutus, jossa pienellä kustannuksella suojaudutaan suuremmalta riskiltä. Futuurien paremmuudesta suojautumisessa suhteessa optioihin on useita tutkimuksia, joissa ilmenee tukea kummallekin kannalle (Ahmadi ym. 1986; Korsvold 1994). Adams ja Montesi (1995) kuitenkin havaitsivat yritysjohdolle tekemässään laajassa tutkimuksessa, että yrityksissä suositaan futuurien käyttöä optioiden sijaan, johtuen alhaisemmista transaktiokuluista (Lien & Tse 2000). Futuurisopimusten käyttö onkin kasvanut suuresti viime vuosikymmeninä. Esim. aikavälillä 1990–2008 valuuttafutuurisopimusten määrä on kasvanut kansainvälisissä pörseissä melkein 15-kertaiseksi ja pääomaindekseissä 60-kertaiseksi. Kaikkiaan erilaisten futuurisopimusten vuosittainen määrä lisääntyi kyseisessä ajassa noin 288 miljoonasta 5,5 miljardiin. (Pilbeam 2010, 321–322.)

Futuureilla pyritään tyypillisesti ainoastaan vähentämään riskiä, mutta tämä lähestymistapa jättää huomiotta sijoittajat, joilla on toisenlainen riskipreferenssi. On järkevää olettaa, että sijoittajat, joiden riskinkarttamisen aste on pienempi, suosivat erilaista futuurisuojauskerrointa kuin sijoittajat, joilla on suurempi riskinkarttamisen aste (Kolb & Okunev 1993). Yleisin käytetty futuurisuojaus on minimivarianssisuojaus. Se ei kuitenkaan sovi Portfolioteorian mukaiseen tuotto-varianssikehikkoon, ellei sijoittajan riskinkarttamisen aste ole ääretön tai elleivät futuurihinnat seuraa puhdasta



martingaaliprosessia, eli mikäli futuurien odotettu hinnanmuutos ei ole nolla. Tällöin se ei käytännössä myöskään maksimoi odotettua hyötyä. (Chen ym. 2003.)

Futuurisuojauksen tutkimuksessa ja käytännössä tuotto-riskisuhde on jäänyt paljon vähemmälle huomiolle kuin puhdas riskin minimointi. Esimerkiksi John C. Hullin johdannaisiin keskittyvässä perusteoksessa *Options, futures and other derivatives* käsitellään ainoastaan minimivarianssisuojausta. Portfolioteorian kohdalla tuotto-varianssisuhde on kuitenkin keskeisiä kysymyksiä ja sijoittajien oletetaan sen pohjalta haluavan maksimoida kyseisen suhteen. Kun futuurisuojausta käsitellään vain riskin minimoinnin näkökulmasta, tehdään samalla merkittäviä, ja mahdollisesti virheellisiä, oletuksia sijoittajista äärimmäisinä riskinkarttajina. Tiettyjen oletusten toteutumattomuus saattaa tosin tehdä minimivarianssisuojausta monimutkaisemmista malleista käytännössä turhia. Tuotto-riskimielessä tehokkaan suojauksen muodostamisen suhteen olennainen kysymys onkin, että ovatko nämä oletukset voimassa. Mikäli näin ei ole, voidaan minimivarianssisuojausta pitää käytännössä riittämättömänä useimmille sijoittajille.

Tutkielmassa keskitytään nimenomaan tuotto-riskisuhteeseen eikä klassiseen tuotto-varianssisuhteeseen, sillä tehokkaan futuurissuojauksen toteuttamiseksi on kehitetty monia laajempaa huomiota saaneita staattisia malleja, joiden riskikomponentti määritetään jollain muulla mittarilla kuin varianssilla. Levy ja Markowitz (1979) toteavat, että sijoittajan hyödyn $EU(R)$ tarkalleen maksimoiva portfolio pystytään muodostamaan valitsemalla sopiva piste tuotto-varianssisuhteeltaan tehokkaalta rintamalta vain, kun kaikki tuottojakaumat ovat normaaleja tai kun sijoittajan hyötyfunktio on jotakuinkin kvadraattinen. Oletus tuottojen normaalisuudesta on heidän mukaansa kuitenkin havaittu epärealistiseksi, joten täydelliseen yhteneväisyyteen hyötyteorian ja portfolioteorian suhteen ei useinkaan päästä.

Tuotto-varianssisuhde ei myöskään ole kvadraattisen hyötyfunktionkaan tapauksessa vielä välttämätön tai riittävä ehto pareto-optimalisuudelle (Hanoch & Levy 1969). Se ei johda portfolioiden asettamiseen oikeaan järjestykseen riskin karttamisen kannalta, ellei jakauma ole normaali (Shalit & Yitzhaki 1984). Ongelmana on myös, että tuotto-varianssikehikko vaatii portfolion tuottojakauksen tuntemista. Siihen taas ei riitä, että tietää yksittäisten sijoituskohteiden olevan tietystä tuottojakaumasta johdettuja, sillä koko portfolion yhteisjakauma ei välttämättä noudata samaa jakaumaa. Yitzhaki (1983) nostaa tästä esimerkiksi lognormaalisuuden ja toteaa, että vaikka 100 % sijoituskohteista olisi lognormaalisti jakautuneita, ei itse portfolio kuitenkaan ole sitä (lognormaalisuuden

ominaisuuksien vuoksi). Tällöin oletus lognormaalisuudesta voi johtaa tilanteeseen, jossa tuotto-varianssikriteerein valittu portfolio onkin jonkin toisen portfolio dominoima. Myöskään

Mertonin (1973) esittämä jatkuvan ajan malli ei toimi sekään ratkaisuna ongelmaan, sillä se vaatisi portfolio painojen jatkuvaa päivittämistä, mikä tekisi tyhjäksi kaikki saadut tuotot, olettaen että sijoittamiseen sisältyy edes pieniä transaktiokustannuksia (Levy 2006, 3). Käytännössä kaikkien sijoituskohteiden yksittäisten jakaumien olisi oltava tiedossa, jotta portfolio jakauma voitaisiin saada selville. (Shalit & Yitzhaki 1984.)

Pohdintaa vaihtoehtoisista riskimittareista on esitetty portfolioteorian syntyhetkistä lähtien. Markowitz (1952) katsoi jo tuolloin, että varianssin sijaan riskiä voitaisiin mitata myös tappion odotusarvolla, tappion todennäköisyydellä, odotetulla kokonaishajonnalla, odotetulla maksimitappiolla tai semivarianssilla. Neljä ensimmäistä osoittautuivat lähemmässä tarkastelussa mahdottomiksi joko teoreettisesti tai epärealististen käytännön sovelusten vuoksi. Semivarianssi oli Markowitzin mukaan teoreettisesti järkevin, mutta varianssi helpomman laskettavuutensa ja tuttuutensa vuoksi kuitenkin suositeltavin. Semivarianssilla viitataan käytännössä ”varianssiin”, joka mittaa ainoastaan havaintojen negatiivista poikkeamaa asetetusta tavoitetuotosta. Havainnot, jotka ylittävät tavoitetuoton, eivät siis kasvata riskin suuruutta. Tavoitetuoton sijaan semivarianssia mitataan usein myös suhteessa odotettuun tuottoon. (Porter 1974.) Selvyyden vuoksi (ja koska odotettu tuotto on sekin jollain preferenssillä valittu ”tavoitetuotto”) tutkimuksessa puhutaan jatkossa yksinkertaisesti vain tavoitetuotosta.

Käytännössä myös tilanteessa, jossa tuotto-varianssisuhteen optimointi täyttää sille asetetut reunaehdot, voidaan silti kysyä, onko se aina sijoittajien preferensseihin parhaiten soveltuva malli? Yritysjohdon ja portfoliomanagerien on nimittäin tutkittu itse asiassa kokevan riskin juuri semivarianssin kautta määritellyn riskin hengessä: tavoitteen alle jäävät tuotot ovat se suurin riski, jota pyritään välttämään, ei voimakas tuottojen heilahtelu itsessään (Fishburn 1977; Mao 1970a; Mao 1970b; Lien & Tse 2000; Chen ym. 2003). Tämä tukee lähtökohdiltaan semivarianssin käyttöä riskin mittana ja saattaa viitata siihen, että sijoittajien hyötyfunktiot eivät aina sovi yhteen tuotto-varianssisuhteen optimoinnin kanssa.

Semivarianssin voidaan myös havaita, toisin kuin varianssin, toteuttavan tietyin ehdoin odotetun hyödyn hypoteesin (Porter 1974). Semivarianssi on käytännössä erikoistapaus *alemman osittaismomentin* minimoinnista, millä voidaan saavuttaa stokastisesti dominantti portfoliovalinta. Stokastisesti dominantin futuurisuojausten voidaan ajatella



olevan houkutteleva myös siltä kannalta, että se ei edellytä normaalijakaumaa tai kvadraattista hyötyfunktia. (Kolb & Okunev 1992.)

Toinen stokastisesti dominantti riskin mitta on *tuoton ja gini-kertoimen keskimääräinen erotus*. Gini-kerrointa on tyypillisesti käytetty yhteiskunnan tuloerojen mittarina, mutta taloustieteessä se on usein nähty myös varianssin kanssa hyvin samankaltaisena mittana, joka on laskennallisesti monimutkaisempi. Sen etuna voidaan nähdä, että se soveltuu useammanlaisille todennäköisyysjakaumille kuin varianssi. (Yitzhaki 1982; Shalit & Yitzhaki 1984.)

Vaikka tuotto-varianssisuhde voidaan, edellä mainittu huomioon ottaen, nähdä käytännön mallintamisen kannalta usein tehokkaimpana ratkaisuna, on aihetta mahdollista lähestyä myös toiselta kannalta. Shalit ja Yitzhaki (1984) nimittäin esittävät tuotto-varianssisuhteen olevan tuoton ja gini-kertoimen suhteeseen perustuvan portfoliovalinnan erikoistapaus, joka toteutuu vain, jos jälkimmäisen ehto tuottojakauman ei-normaalisuudesta ei ole voimassa. Tällöin voidaan ajatella, että gini-kertoimeen perustuvat mallit voisivat olla, olettaen ettei muita rajoittavia tekijöitä ole, oletusarvoinen tapa etsiä tehokasta rintamaa. Tuotto-varianssimielessä tehokkaaseen rintamaan päädytään näet joka tapauksessa, jos siihen liittyvät taustaoletukset pitävät. Käytännössä erilaiset kustannukset liittyen mallien optimointiin ja transaktioihin voivat kuitenkin mahdollisesti tehdä gini-kertoimeen perustuvasta mallista vähemmän rationaalisen toteuttaa.

Cheung ym. (1990) toteavat optio- ja futuurisuojausta vertailevassa tutkimuksessaan, että tuotto-varianssisuojauksesta saadut tulokset puoltavat futuurien käyttöä suojausvälineenä, kun taas tuoton ja gini-kertoimen suhteeseen perustuva suojaus puoltaa optioita. Ottaen huomioon, että jälkimmäisestä saadut tulokset ovat stokastisesti dominantteja, olisi näiden kahden lähestymistavan annettava sama tulos, jotta tuotto-varianssisuhteeseen perustuva suojaus olisi tehokas.

Aiheen kannalta keskeisissä tutkimuksissa usein esille nostettuja, tuotto-riskimielessä tehokkaita futuurisuojausmalleja on olemassa enemmän kuin tämän tutkielman laajuudessa olisi mielekästä käsitellä. Chen ym. (2014) luettelevat artikkelissaan useamman keskeisen tuotto-riskisuhteen maksimoivan suojausmetodin ja lisäksi nostavat esille Chenin ym. (2003) artikkelin *Futures hedge ratios: a review* kattavana katsauksena futuurisuojauskertoimen määrittelyyn. Näissä tutkimuksissa esitellyistä malleista osa on staattisia ja osa dynaamisia, toiset puhtaasti futuureilla tapahtuvaan suojaukseen keskittyviä, toisten ottaessa mallinnuksessa huomioon myös mahdollisuuden sijoittaa muihin instrumentteihin.

Rahoitusmarkkinoita koskeva tutkimus on osoittanut rahoitustuottojen jakaumien olevan ehdollisesti heteroskedastisia, eli käytännössä ajassa muuttuvia. Tämä johtaa taas siihen, että dynaamiset mallit ovat staattisiin nähden teoreettisesti tehokkaampia. Futuurisuojausta täytyisi siis optimoida juoksuaikana parhaan suojauksen aikaansaamiseksi. Transaktiokulut ovat toisaalta eräs tekijä, joka voi tukea staattisten mallien käyttöä. (Lien & Tse 1998.)

Ottamatta kantaa siihen ovatko staattiset vai dynaamiset mallit käytännössä optimaalisempi tapa sijoittaa, rajataan tässä tutkielmassa tarkasteltavat menetelmät näissä kahdessa Chen ym. artikkelissa esiteltyjen pohjalta *staattisiin* ja ainoastaan futuuriin ja suojattavaan kohde-etuuteen perustuviin malleihin, jotta työn laajuus pysyy annetuissa puitteissa. Ensin esitellään minimivarianssisuojaus (mm. Hull 2010), joka toimii tuotto-varianssimielessä tehokkaana mallina, mikäli muiden mallien oletukset eivät pidä. Varsinaisia tuotto-riskisuhteeltaan tehokkaita tarkasteltavia malleja ovat: *Sharpen suhteen* maksimointiin perustuva malli (Howard & D'Antonio, 1984), varianssin avulla odotettua hyötyä maksimoiva *HKL-suojaus* (Hsin, Kuo & Lee, 1994), alemman osittaismomentin minimoimiseen perustuva *M-GSV-malli* (Lien & Tse 2000) sekä gini-kerrointa riskin mittarina hyödyntävä *M-MEG-malli* (Kolb & Okunev 1993). Kaksi viimeistä perustuvat käytännössä stokastisesti dominantin suojauksen muodostamiseen.

Edellä lueteltujen tutkimusten lisäksi tutkielmassa käytetään keskeisimpänä tutkimuskirjallisuutena John. C. Hullin perusteosta *Futures, Options and other Derivatives* sekä Keith Pilbeamin yleistystä *Finance & Financial Markets*. Mm. kahta edellistä teosta käyttäen tutkimuksessa selvennetään lisäksi pohjustuksena portfolioteoriaa ja futuurisuojaukseen liittyvää teoriaa. Lisäksi portfolioteorian ja erilaisten futuurisuojausmallien teoreettista taustaa esitellään mm. Markowitzin (1952; 1991), Yitzhakin (1982; 1983), Hanochin ja Levyn (1969; 1970) sekä Fishburnin (1977) tutkimusten pohjalta. Aiemmin katsauksia futuurisuojaukseen on luotu Chenin ym. (2003) artikkelissa *Futures hedge ratios: a review* sekä pienimuotoisemmin Chenin ym. (2001) artikkelissa *On a mean-generalized semivariance approach to determining the hedge ratio*. Näissä artikkeleissa ei kuitenkaan tarkastella tutkimuksia mallien oletusten paikkansapitävyydestä eikä käsitellä syvällisemmin teoriaa, jonka varaan mallit ja oletukset rakentuvat. Tässä tutkielmassa puolestaan käsitellään kattavasti myös kyseisiä aihealueita, jolloin se tuo uutta ja osittain tuoreempaa näkökulmaa futuuritutkimuksen saralle.

Puhtaan teoreettisesti varianssi ei ole paras riskin mitta tehokkaan portfolion muodostamisessa. Markowitzin (1991) mukaan negatiivista heilahtelua kuvaava



semivarianssi olisi tehokkaampi väline portfolion muodostamiseen: sen avulla pystytään muodostamaan tarkalleen sijoittajan hyödyn $E(U)$ maksimoiva portfolio, mihin puolestaan tuotto-varianssisuhteeltaan optimaalinen portfolio ei kykene. Tähän liittyy kuitenkin erinäisiä ongelmia, kuten se, ettei vaikuta olevan tarpeeksi suurta hyötyfunktioiden luokkaa, jonka kanssa semivarianssia olisi mahdollista käytännössä soveltaa. Lisäksi tuotto-varianssisuhteella päästään monien hyötyfunktioiden kohdalla hyvin lähelle optimia. (Markowitz 1991.)

Sekä alemman osittaismomentin että gini-kertoimen suhteen tapahtuvalla tuotto-riskisuhteen maksimoinnilla voidaan päästä stokastisesti dominantteihin ratkaisuihin, joiden voidaan havaita johtavan tiettyjä kriteerejä tarkastellen parempiin lopputuloksiin kuin tuotto-varianssisuhteen maksimointi. Siinä missä tuotto-varianssisuhde johtaa toisinaan huonosti perusteltavissa oleviin lopputuloksiin, ovat stokastisesti dominantit portfoliot aina johdonmukaisia. Ongelmaksi voivat kuitenkin muodostua niiden monimutkaisuus ja hyvin laajat tehokkaat rintamat, kun stokastisen dominanssin kriteerit eivät ole tarpeeksi heikkoja. Käytännössä mitä enemmän valinnanmahdollisuuksia on, sitä enemmän löytyy sellaisia vertailupareja, joista kumpikaan ei dominoi toista. (Yitzhaki 1982; Bawa 1975.)

Tutkielmassa esiteltävät tuotto-riskimallit ovat mielekkäitä soveltaa sillä edellytyksellä, että kohde-etuuksien tuotot eivät seuraa puhdasta martingaaliprosessia ja lisäksi spot- ja futuurihintojen yhteisjakauma ei ole normaali. Mikäli kumpikaan ehto ei toteudu, ei malleilla optimoitu suojauskerroin eroa lainkaan varianssin minimoivasta suojauskerroimesta. Osan kohdalla puhdas martingaalisuus riittää siihen, että mallit eivät eroa minimivarianssisuojauksesta. (Chen ym. 2008.) Tässä tapauksessa monimutkaisempien mallien käyttö olisi tarpeetonta ja lisäksi ne synnyttäisivät hankalamman estimoinnin myötä mahdollisesti vain lisäkustannuksia ilman hyötyä.

Tutkimuksessa esitellään käytännössä keskeiset tuotto-riskisuhteen maksimointiin perustuvat mallit ja arvioidaan niistä löydettyjä etuja ja puutteita, tehden arvio niiden keskinäisestä paremmuudesta ja hyödynnettävyydestä, mikäli riittävän merkittäviä tekijöitä on löydettävissä. Lisäksi tarkastellaan myös edellä mainittuja kahta ehtoa tehdyn tutkimuksen valossa sen arvioimiseksi, mitkä mallit ovat todellisuudessa hyödyllisiä. Mikäli empiiriset tutkimukset osoittavat, että joko hintojen ei-puhdas-martingaalisuus tai yhteisjakauman ei-normaalisuus tai kumpikaan näistä eivät päde, voidaan tulkita, etteivät tuotto-riskisuhteeseen perustuvat staattiset ja mallit ole mielekäs tapa toteuttaa futuuri-suojaus. Tätä arvioidaan paitsi yleisesti futuurisopimusten osalta, myös eri pituisten suojaushorisonttien osalta, pohjaten Chenin ym. (2004) esittämään jakoon lyhyiden ja pitkien

sopimusten eroista suojausmielessä, sekä kohde-etuuskohtaisesti. Käytännössä tutkimuksessa etsitään myös vastausta kysymykseen, millaisille futuurisopimuksille martingaalisuus- ja normaalisuushypoteesit pätevät ja eivät päde. Yleisesti futuurisijoittamisen mielekkyyttä pohtiessa voidaan kysyä, että miten futuurien käyttö parantaa monesta eri omaisuusluokasta koostuvan portfolion tehokkuutta verrattuna tilanteeseen, jossa futuureja ei hyödynnetä? Myös tähän kysymykseen annetaan vastaus tutkimuksessa.

Toisin kuin yhteisjakauman normaalisuudesta, on puhtaan martingaalisuuden toteutumisesta markkinoilla kehitetty teoreettisia todistuksia. Kuitenkin erilaisten, näistä mal-leista puuttuvien ja markkinoille epätäydellisyyttä aiheuttavien tekijöiden takia todistuksiin ei voida sellaisenaan luottaa, vaan viime sijassa on nojattava empiirisiin tutkimuksiin aiheesta (Shrestha ym. 2017). Edellä kuvatun lisäksi tutkielmassa esitellään käsiteltävänä olevista futuurisuojauksista tehtyjä empiirisiä tutkimuksia yleisellä tasolla sekä pohditaan mitä tulokset voisivat implikoida futuurisuojauksesta eri tilanteissa ja eri sijoittajille, ot-taen huomioon mallien erityispiirteet.



2 FUTUURISUOJAUKSEN PERUSTEORIA

2.1 Hyötyteoria

Riski on tekijä, jota voidaan mallintaa monilla eri menetelmillä. Mallintamistavasta riippumatta riski tarkoittaa pohjimmiltaan epävarmuutta ja sitä kautta sillä on vaikutusta koettuun hyötyyn. (Baz & Chacko 2004, 22–25.) Tutkielmassa hyöty tiivistetään yksilön kulutukseen ja jätetään huomiotta muut mahdolliset koettuun hyötyyn vaikuttavat tekijät. Tällöin riski määrittyy epävarmuudeksi, joka liittyy tulevaisuuden kulutukseen.

Tutkielmassa tarkastellaan futuurisuojausta aluksi *Markowitzin portfolioteorian* (1952) pohjalta ja käytännössä siis tuotto-varianssikehikkoon nojaten. Portfolioteoria perustuu oletukseen sijoittajista riskinkarttajina. (Pilbeam 2010, 160). Tästä määrittyy tutkimuksen näkökulma, että sijoittaja *joutuu* ottamaan enemmän riskiä *saadakseen* parempaa tuottoa, olettaen että markkinat toimivat tehokkaasti ja riskittömän koron päälle tulevalla tuotolla on *hint*a. Lisäksi muiden mallien pohjalta tuodaan varianssille vaihtoehtoisia riskin määritelmiä rinnalle, havainnollistaen näiden suhdetta tuotto-varianssikehikkoon. Suojausmalleista saatavaa hyötyä tarkastellaan siis riskinkarttajan hyötyfunktion näkökulmasta.

Jos sijoittajan preferenssit ovat täydellisiä, refleksiivisiä, transitiivisia ja jatkuvia, voidaan hänelle muodostaa jatkuva ordinaalinen hyötyfunktio. Yksilö on hyötyfunktionsa perusteella tiettyjen kulutusyhdistelmien suhteen välinpitämätön. Nämä yhdistelmät muodostavat indifferenssikäyrän. (Varian 1992, 94–96.) Riskiä karttava yksilö ei kuitenkaan, ole välinpitämätön sellaisten sijoitusten välillä, joiden odotettu tuotto on sama mutta riski on eri suuruinen. Riskinkarttaja odottaa korkeamman tuoton muodossa tulevaa kompensatiota ottamastaan suuremmasta riskistä. Riskinkarttajan indifferenssikäyriä voidaan havainnollistaa kuten kuviossa 1 esitetään. (Pilbeam 2010, 159–160.)



Kuvio 1 Riskinkarttajan indifferenssikäyriä

Riskinkarttajan indifferenssikäyrän kulmakerroin on positiivinen ja riskin suhteen jyrkkenevä. Kyseisessä preferenssissä ilmenee vähenevä marginaalinen rajahyöty: sijoittaja saa lisävarallisuudesta sitä vähemmän hyötyä, mitä varakkaampi hän on valmiiksi. Indifferenssikäyrän kulmakerroin riippuu kyseisen yksilön riskin karttamisen kertoimesta. (Pilbeam 2010, 158–160.) Kertoimella mitataan absoluuttista (ARA, absolute risk aversion) tai suhteellista (RRA, relative risk aversion) riskin karttamisen astetta. Tutkielman mallit hyödyntävät edellistä, jota havainnollistetaan sen vuoksi yksityiskohtaisemmin.

$$A(x) := -\frac{U''(x)}{U'(x)}$$

ARA-kerroin määrittyy yllä olevan yhtälön mukaisesti. RRA-kerroin puolestaan saadaan kertolaskulla $x A(x)$. Suuresta absoluuttisen riskinkarttamisen kertoimesta seuraa jyrkkä hyötyfunktio, mikä puolestaan johtaa riskiä välttelevään käyttäytymiseen, eli käytännössä vähäriskisempien sijoituskohteiden valikoimiseen osaksi portfoliota. (Cvitanić & Zapatero 2004, 110.)

Rahoituksessa käytetään tyypillisesti oletuksena kvadraattista hyötyfunktia. Sille pohjalle rakentuvat niin Portfolioteoria kuin myös alkuvaiheen mallinnukset optimaalisesta futuurisuojauksesta. Kvadraattinen hyötyfunktio sisältää oletuksen, että yksilö sijoittaa valuuttamääräisesti sitä vähemmän sijoituskohteisiin, joissa on merkittävää riskiä, mitä suuremmaksi hänen varallisuutensa on kasvanut. (Cotter & Hanly 2010.)

2.2 Portfolioteoria ja Capital Asset Pricing -malli

Portfolioteoria lähtee ajatuksesta, että sijoittajat ovat kiinnostuneita sekä riskistä että tuotosta ja pyrkivät näin saamaan maksimaalista tuottoa tietyllä riskitasolla tai kärsimään



minimaalisen riskin tietyllä tuottotasolla (Pilbeam 2010, 153). Kun portfolio valikoidaan tällä periaatteella, saadaan tehokas rintama, joka on tuotto-varianssimielessä tehokas, ts. sitä korkeampaa hyötyä ei voida saavuttaa (Cvitanić & Zapatero 2004, 158).

Futuurisuojaukseen ajatellen merkittävä portfolio on tehokkaalta rintamalta löytyvä *markkinaportfolio*, jonka määrittelystä enemmän jäljempänä. Määritelmällisesti beta-kerroin (jatkossa beta) mittaa sijoituksen tuoton herkkyyttä suhteessa markkinaportfolion tuottoon. Futuurisuojauskerroin h vastaa käytännössä Portfolioteorian betaa (β). (Hull 2010, 8.) Suojauksen ns. karvalakkimallissa, jossa kohde-etuudelle on löydettävissä identtinen futuuri suojauksen toteuttamiseksi, on suojauskerroin sama kuin markkinaportfolion beta (Bain & Howells 2005, 179; Hull 2009, 60–61). Voidaan siis havaita, että futuurisuojauksen kohdalla keskeisiä lähtökohtia ovat Portfolioteoria ja siihen kiinteästi liittyvä *Capital Asset Pricing -malli* (jatkossa CAPM).

Portfolioteorian taustaoletuksia ovat, että yksilöt karttavat riskiä, tuotot ovat normaali-jakauman mukaisia, yksittäiset sijoittajat eivät voi vaikuttaa todennäköisyysjakaumaan ja että tarkasteltaviin sijoituskohteisiin lukeutuvat ainoastaan sellaiset, jotka ovat kyseisellä hetkellä olemassa. Riskin karttamisella tarkoitetaan sellaisen sijoittajan käytöstä, joka on valmis ottamaan ylimääräistä riskiä ainoastaan silloin, kun se nostaa tuottoa tarpeeksi suhteessa hänen riskinkarttamisasteeseensa. Portfolioteorian riskin mittarina puolestaan käytetään varianssia. (Pilbeam 2010, 156, 159–160.)

Portfolioteorian tärkeimpiin portfolioihin kuuluva markkinaportfolio muodostuu kaikista tarjolla olevista arvopapereista. Siinä kunkin sijoituksen x_k paino saadaan jakamalla x_k :n markkina-arvo kaikkien markkinoilla olevien kohteiden yhteenlasketulla arvolla. Markkinaportfolioon kuuluu niin suuri määrä eri sijoituskohteista, että epäsystemaattinen, riski saadaan hajautettua pois täydellisesti. Jäljellä on tällöin ainoastaan systemaattista, ei-hajautettavissa olevaa riskiä. Sitä mitataan käytännössä betalla, joka käsittää kaikkien markkinoilla olevien sijoituskohteiden keskinäisen korrelaation siltä osin kuin sitä ei pystytä hajauttamaan pois. (Pilbeam 2010, 173.) Systemaattista ja epäsystemaattista riskiä käsitellään seuraavaksi CAPM:iin perustuen.

CAPM:n pohjalla on monia oletuksia, joiden voimassaolo on ehto mallin sovellettavuudelle. Välttämättömiä edellytyksiä ovat seuraavat: otto- ja antolainauksen koron on oltava samansuuruinen ja vastattava riskitöntä korkoa, kansantaloudessa ei saa olla verotusta, jokainen arvopaperi on voitava pilkkoa äärettömän pieniin osiin, täydelliset pääomamarkkinat, markkinainformaation on oltava kaikkien osapuolten saatavilla ja ylimyyntin on oltava mahdollista. Lisäksi sijoittajan tulee maksimoida odotettua tuottoa

sekä karttaa riskiä (jota mitataan varianssilla), ja sijoitusaikajänteen tulee olla yhden periodin mittainen. Sijoituspäätös sijoittuu periodin alkuun, eikä sitä voi muokata keskellä periodia. CAPM:n mukaan saman riskipreferenssin omaavien sijoittajien portfolioista on lisäksi tultava identtiset, mikä sisältää oletuksen, että sijoittajilla on yhtenäiset käsitykset eri sijoitusten riskeistä ja tuotoista. (Pilbeam 2010, 182–183.)

CAPM on johdettavissa yksifaktorisesta Sharpen mallista: $R = a + \beta R_M + \epsilon$, missä R on tuotto, a ja β ovat vakiotermejä, R_M markkinaportfoliosta saatu tuotto ja ϵ satunnaismuuttuja, joka on samansuuruinen kuin häiriötermi. Aiemmin mainittu jako eri tyyppisiin riskeihin ilmenee myös CAPM:n yhtälössä. Systemaattista riskiä kuvaa βR_M ja epäsystemaattista riskiä markkinaportfoliosta riippumaton ϵ . Tällöin huomataan, että sijoituskohteiden määrän ollessa suuri ja olettaessa niiden häiriötermit toisistaan riippumattomiksi on mahdollista hajauttaa epäsystemaattinen riski suureksi osaksi pois. (Hull 2010, 7–8.)

Estimoimalla CAPM:sta pienimmän neliösumman menetelmällä regressiosuora, joka asettaa häiriötermien summan nollassi, saadaan häiriötermi häivytettyä kokonaan pois. Ja kun häiriötermi sen jälkeen kerrotaan toiseen potenssiin, saadaan sekä positiiviset että negatiiviset häiriötermin arvot muunnettua epäsystemaattisen riskin kannalta merkittäviksi. Kun muistetaan, että a on vakiotermi, saadaan sijoituskohteen riskiksi tällöin: $\beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{ei}^2$, missä ensimmäinen osa muodostaa systemaattisen riskin ja jälkimmäinen epäsystemaattisen riskin. Markkinoilla maksetaan ”korvausta” korkeamman odotetun tuoton muodossa ainoastaan systemaattiselle riskille, sillä epäsystemaattinen voidaan hajauttaa pois matalalla kustannuksella. CAPM:n perusteella hinnoiteltaessa on pohjalla oletus, että epäsystemaattinen riski on karsittu pois hajautuksella, mikä on rationaalisin toimintatapa, kun oletus transaktiokustannusten puuttumisesta on voimassa. Yhtälössä tuottovaatimus R on jaettu kolmeen osaan: riskitön korko R_F mittaa korvausta kuluneesta ajasta, eli käytännössä kulutuksen siirtämisestä johonkin hetkeen tulevassa. Beta (β) kuvaa markkinariskin suuruutta. Markkinoiden riskipremio taas saadaan laskemalla erotus markkinoiden odotetusta tuotosta $E(R_M)$ ja riskittömästä korosta R_F . (Pilbeam 2010, 179–182, 187–188.)

$$(3) E(R_i) = R_F + \beta_i(R_M - R_F)$$

Beta saadaan jakamalla markkinaportfolion ja sijoituskohteen välinen kovarianssi markkinaportfolion varianssilla. Markkinaportfolion kohdalla beta saa luonnollisesti arvon yksi. (Bain & Howells 2005, 179.) Käytännössä markkinaportfolion betaa pidetään rajana, joka erottelee sijoitukset sen mukaan, miten ne käyttäytyvät. Arvopaperi on aggressiivinen, kun $\beta > 1$, ja defensiivinen, kun $\beta < 1$. Aggressiivisuus ilmenee usein esim.,



kun yritys edustaa korkean teknologian toimialaa, jolla on myös kohtalainen volatilitteetti. Defensiivinen yritys toimii tyypillisesti vakiintuneella toimialalla, jolla ei ole odotettavissa isoja käännteitä suuntaan eikä toiseen. (Pilbeam 2010, 187.)

Sijoituskohteen beta on positiivinen silloin, kun sen tuotto liikkuu eri maailmantoissa samaan suuntaan kuin markkinaportfolio. Mitä korkeampi betan arvo on, sitä korkeampi on odotettu tuotto. Toisaalta jos beta on negatiivinen ja tuoton hajonta korkea, on seurauksena matala odotettu tuotto. Käytännössä korkea beta ja korkea varianssi kulkevat käsi kädessä, kuten myös matala beta ja matala varianssi silloin, kun sijoituksilla on keskimääräinen tuotto-riski-suhde. (Cvitanic & Zapatero 2004, 413.)

Jos CAPM ei päde ja reaalin tuotto onkin jotain muuta kuin estimoituihin, voi sijoittaja tehdä ylituottoa, johon viitataan ns. *Jensenin alfalla*. Se on indikaattori, joka portfoliotasolla kuvaa sitä, ovatko valitut sijoitukset menestyneet markkinaa paremmin. Tämä voi viitata käytännössä sijoittajan kykyyn tehdä transaktioita oikealla hetkellä ja siten ajoittaa markkinoita. Toisaalta pienellä otannalla se voi kertoa myös puhtaasti onnesta. (Hull 2010, 10–12.) Reaalisen tuoton ja CAPM:n mukaisen odotetun tuoton erotus määrittää Jensenin alfan seuraavalla tavalla: $\alpha_j = R_j - [R_F + \beta_j(R_M - R_F)]$. Nollaa suurempi (pienempi) alfa kertoo siitä, että sijoitus antaa suurempaa (pienempää) tuottoa kuin mitä siitä betan mukaan tulisi saada. (Pilbeam 2010, 193.) Käytännössä CAPM:n voidaan katsoa pätevän vain, kun $\alpha_j = 0$ (Cvitanic & Zapatero 2004, 416–417).

Sharpen suhdeluku, missä $S_i = \frac{R_i - R_F}{\sigma_i}$, taas antaa indikaation siitä, miten tehokas

portfolio on tuotto-hajontamielessä. Se vertaa käytännössä tuoton sitä osaa, joka ylittää riskittömän koron, siihen riskiin, joka otettiin kyseisen tuoton saavuttamiseksi. Sen perusteella voidaan havaita, onko riskinotto ollut käytännössä paremmin vai huonommin perusteltua sijoituspäätöksiä tehdessä. Sharpen luku on hyödyllinen esim. arvioitaessa tyypiltään tai luonteeltaan erilaisia sijoituksia. (Pilbeam 2010, 192–193.) Se toimii ylipäätään hyvin portfolion suoriutumisen mittaamisessa, kun kaikkea epäsystemaattista riskiä ei ole hajautettu pois. (Cvitanic & Zapatero 2004, 417.)

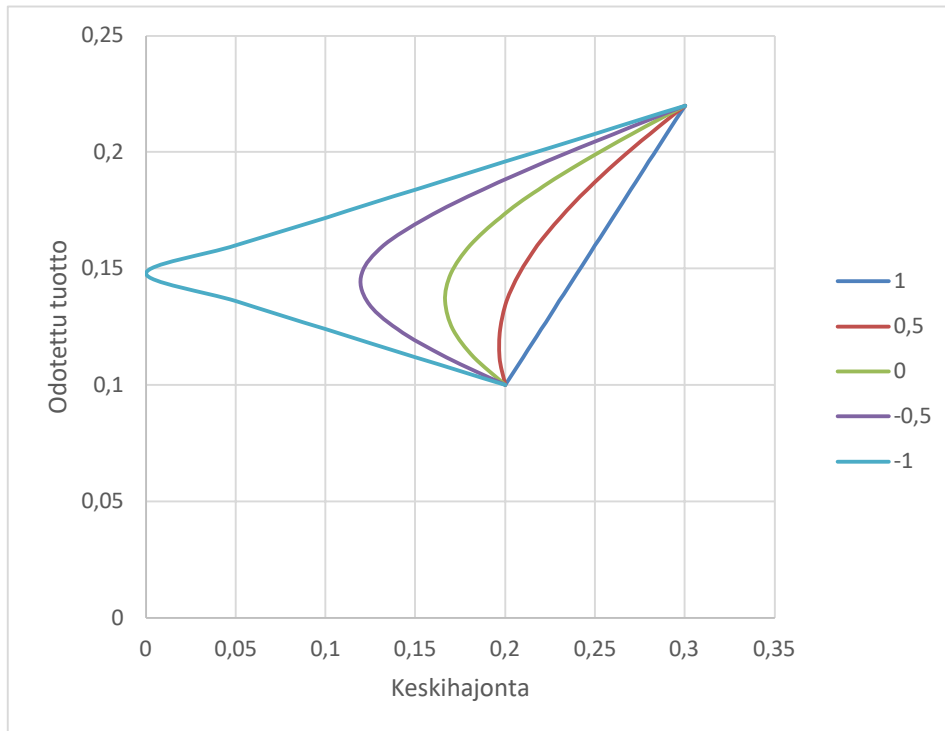
Riskin hajauttamisella saatava lisähyöty on keskeisiä tekijöitä Portfolioteoriassa. Summan varianssin ominaisuudet kertovat, että osa riskistä voidaan häivyttää pois hajauttamalla, mikäli tuottojen keskinäinen korrelaatio ei ole sataprosenttista. Osakkeiden tapauksessa voidaan havaita jana, joka kulkee täydellisestä korrelaatiosta täydelliseen korreloimattomuuteen, ja joiden välimaastoon osakkeiden välinen todellinen korrelaatio tosiasiaassa aina sijoittuu. Teoreettisesti voidaan ajatella, että jos $\rho = -1$, voidaan riski

hajauttaa täysin, jolloin portfolion tarjoama odotettu tuotto on riskitöntä. Sitten taas jos $\rho = 1$, ei minkäänlaista hajautusta ole mahdollista tehdä, ja järkevintä riskin minimoimiseksi olisi allokoida koko varallisuus siihen sijoituskohteeseen, jonka varianssi on kaikista pienin. Korrelaation sijoittuessa ääripäiden väliin, voidaan osa riskistä hajauttaa. (Cvitanic & Zapatero 2004, 154–157.)

Kun hajautusta suunnitellaan käytännössä, on riittävä sijoituskohteiden lukumäärä tärkeä seikka, sillä eri alojen yritykset tyypillisesti tuottavat voimakkaammin toisistaan poikkeavaa tuottoa eri markkinatilanteessa kuin saman alan yritykset. Käytännössä eri toimialoille allokoidulla saavutetaan osakkeiden matalampi keskinäinen korrelaatio. (Markowitz 1952.) Kun portfolio koostuu kahdesta osakkeesta, saadaan varianssi lasketua seuraavasta yhtälöstä: $\sigma_P^2 = W_A^2 \sigma_A^2 + W_B^2 \sigma_B^2 + 2W_A W_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}$, missä W_A on osakkeen A paino, W_B osakkeen B paino, σ_A osakkeen A keskihajonta, σ_B osakkeen B keskihajonta ja ρ_{AB} osakkeiden A ja B keskinäinen korrelaatio. (Pilbeam 2010, 161.)

Kuvio 2 esittää eri rintamia, jotka kahden osakkeen (A ja B) portfolio muodostaa eri korrelaatioilla. Osakkeen A odotettu tuotto esityksessä on 22 % ja keskihajonta 30 %. Osakkeen B odotettu tuotto taas on 10 % ja keskihajonta 20 %. Rintamat havainnollistavat tuoton ja riskin suhdetta osakkeiden korrelaatioiden liikkeessa koko vaihteluvälillä $[-1,1]$. Voidaan havaita, että sijoituskohteiden välisellä korrelaatiolla on merkittävä vaikutus siihen, millaista riskiä on rationaalista ottaa määrätyn suuruista tuottoa tavoiteltaessa. Suurten lukujen laki tarjoaa teoriassa sellaisen vaihtoehdon, että sijoittaja voisi allokoida varallisuutensa suureen määrään sijoituskohteita, jotka tarjoavat saman korkean tuotto-odotuksen. Hajautuksen ansiosta tämä saavuttaisi melko tarkalleen kyseisen tuototason varmasti. Tosiasiassa markkinoiden keskinäinen korreloivuus on liian vahvaa, jotta tämä voisi olla mahdollista, ja siten osa varianssista jääkin aina portfolioon. (Markowitz 1952.)





Kuvio 2 Rintamat osakkeiden eri korrelaatioilla

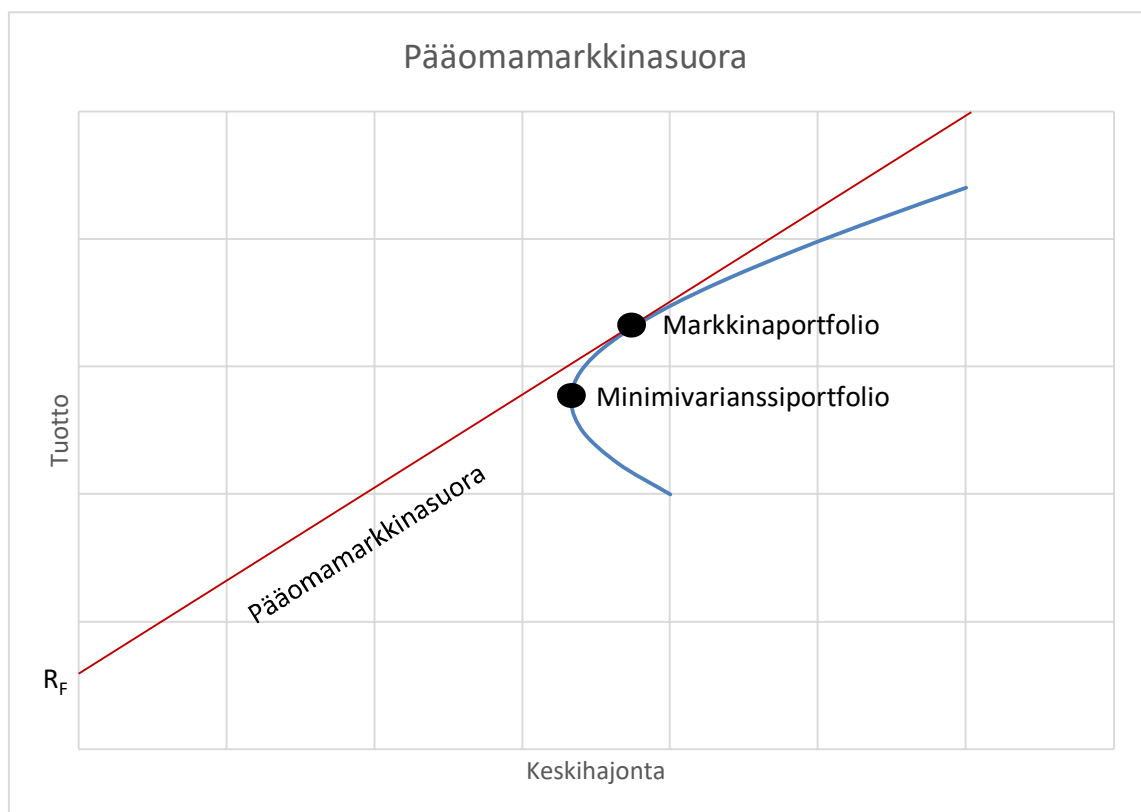
Portfolioteorian mukaisesti portfolioista, jotka on rakennettu kaikista tarjolla olevista riskillisistä sijoituksista, voidaan mallintaa tehokas rintama, joka on pareto-optimaalinen tuoton ja varianssin suhteen (Markowitz 1991). Määritelmällisesti mikään kyseisellä rintamalla sijaitsevista portfolioista ei voi olla dominoitu, eli jokainen portfolio tuottaa joko korkeinta odotettua tuottoa määrätyllä varianssitasolla tai pienintä mahdollista varianssia määrätyllä tuottotasolla (Hull 2010, 5).

Eräs teorian keskeisistä portfolioista markkinaportfolion ohella on *minimivarianssiportfolio*. Se sijaitsee tehokkaan rintaman alkupisteessä, jossa myös varianssi saa pienimmän arvonsa. Minimivarianssiportfolioista onkin hajautettu riski pois niin suurelta osin kuin mahdollista. Ne rintaman pisteet, jotka sijaitsevat minimivarianssiportfolion ”alapuolella” (ja tarjoavat siis siihen nähden pienempää odotettua tuottoa), eivät kuulu dominoituina tehokkaaseen rintamaan. (Cvitanić & Zapatero 2004, 158.) Jos sijoittaja haluaa saavuttaa tietyn pisteen tehokkaalla rintamalla, riittää hänelle omistaa kahta rintamalla sijaitsevaa portfolioa *Kahden rahaston teoreeman* mukaan. Kun lyhyeksi myynti on sallittua, pystyy sijoittaja hyödyntämällä pitkiä ja lyhyitä positioita näiden kahden portfolion suhteen saavuttamaan minkä tahansa pisteen rintamalla. (Lyu 2002, 461.)

Edellä esitetty määrittelee tehokkaan rintaman maailmassa, jossa ei ole riskitöntä korkoa. Sen tuominen mukaan muuttaa rintamaa merkittävästi. Mikäli CAPM:n mukaisesti samansuuruisella riskittömällä korolla voi toteuttaa sekä otto- että antolainausta,

rajoittuu pareto-optimaalisten portfolioiden määrä yhteen, eli *tehokkaaseen portfolioon*. Tämä on käytännössä se portfolio, joka saa suurimman Sharpen luvun. Tämä portfolio on tuotto-varianssikehikossa pisteessä, jossa riskittömän koron kohdalta yläviistoon nouseva tangenttisuora sivuaa tehokasta rintamaa (kuvio 3). Tämän vuoksi sitä kutsutaan myös *tangenttiportfolioksi*. (Lee & Lee 2006, 459.)

James Tobinin (1958) *yhden rahaston teoreeman* mukaan riskittömän koron ja tangenttiportfolion yhdistelmään tehty sijoitus dominoi jokaista pistettä tehokkaalla rintamalla, joten kaikki sijoittajat päätyvät jakamaan varansa riskittömän koron ja tangenttiportfolion välille riskinkarttamisasteensa mukaisesti. Tehokkaaksi rintamaksi muodostuu näin ollen tangenttisuora. (Pilbeam 2010, 170–173; Cvitanić & Zapatero 2004, 160, 417.) Koska yhden rahaston teoreeman mukaan sijoittajat allokoivat varansa vain yhteen riskiseen sijoitukseen, on tangenttiportfolion oltava samalla markkinaportfolio. Näin tangenttiportfolioista on hajautettu kaikki epäsystemaattinen riski, ja siksi se toimii myös benchmarkina CAPM:n yhtälön mukaiselle riskipreemiolle. (Tobin 1958.)



Kuvio 3 Pääomamarkkinasuora

Tangenttisuora tunnetaan rahoituksessa paremmin nimityksellä pääomamarkkinasuora, kuten sitä CAPM-teoriassa kutsutaan. Suora dominoi tehokkaista portfolioista muodostettua rintamaa kaikkialla muualla paitsi sivuamispisteessä. Riskitön korko ei korreloi

ollenkaan markkinaportfolion kanssa, mikä on itsestään selvää, kun ymmärretään, että riskittömään korkoon ei sisälly lainkaan (keski)hajontaa. Korrelaation asettuminen nol-laksi johtaa luonnollisesti siihen, että $Cov(R_M, R_F) = 0$, joten mikä tahansa valittu allokaa-tio markkinaportfolion ja riskittömän koron välillä saa varianssin, joka on markkinaport-folion varianssi kerrottuna sen painolla. Käytännössä tästä seuraa myös, että varianssiin vaikuttaa ainoastaan betan suuruus. (Pilbeam 2010, 183–186.)

Sijoittaja voi näin ollen tavoitella preferenssiensä mukaista riskiä sopivan suuruiseen betaan pyrkimällä. Tavoitteena voi olla betan arvo, joka on alle yhden, eli alisuhteinen markkinariski suhteessa markkinaportfolioon. Jos riskittömän koron saama paino kohoaa 100 %:iin, tulee betan arvoksi nolla. Kuviota 3 tarkastellessa sijoittaja, joka preferoi pie-nempää varianssia kuin mitä tangenttiportfolio tarjoaa, siirtyy pääomamarkkinasuoralla tangenttiportfoliosta vasemmalle, allokoiden sijoituksensa suhteessa x tangenttiportfolion ja riskittömän koron välille. Sijoittaja, joka preferoi korkeampaa tuottoa, liikkuu pääoma-markkinasuoralla oikealle sijoittaen tangenttiportfolioon 100 % omasta pääomastaan sekä lisäksi riskittömällä korolla otettua lainaa suhteessa y . (Hull 2010, 6–8.)

2.3 Futuurit suojausvälineenä

Futuurisopimus on kahden osapuolen välinen sopimus, jolla sovitaan sijoituskohteen kau-pasta määrättynä päivänä tulevaisuudessa. Lisäksi sopimuksessa on määritelty hinta, erän suuruus sekä toimitusehdot. Kohde-etuus voi olla jotain aineellista tai aineetonta. Tyypil-lisiä futuurilla suojattavia hyödykkeitä ovat esim. raaka-aineet, osakkeet ja valuutat. (Pil-beam 2010, 321.) Käytännössä osapuolilla on ns. peilikuvapimukset: toisen positio on pitkä ja toisen lyhyt samansuuruisena. Pitkä positio velvoittaa ostamaan kohde-etuutta erääntymispäivä vastapuolelta sopimuksen mukaisilla ehdoilla. Lyhyt positio taas velvoittaa myymään kohde-etuutta vastapuolelle täsmälleen samojen ehtojen mukaisesti. (Hull 2009, 4–5.)

Usein futuurien kanssa puhutaan sekaisin termiineistä, joka on täysin vastaava inst-umentti mutta poikkeaa futuureista siinä mielessä, että se ei ole standardoitu eikä sen kauppa tapahdu pörssissä. Termiinit eivät myöskään pörssikaupan ulkopuolisina sijoitus-välineinä saa takausta selvitysyhteisöltä, joten niissä saattaa olla merkittävä vastapuoli-riski. Tosin on myös tyypillistä, että ainakin jompikumpi termiinivastapuolista on luotto-laitos. Ne pystyvät toimimaan markkinatakaajina omien kauppojensa kohdalla, kun pu-hutaan termiinien kaltaisista kaikista yleisimmistä instrumenteista. Tällöin

vastapuoliriski käytännössä katoaa. Termiinien sopimusmuoto on vapaampi futuureihin verrattuna, jolloin sopimuksesta on mahdollista tehdä paremmin kummankin osapuolen tarpeita vastaava. Erona on myös, että termiinit ovat ”avoimia” sopimuksia juoksuaikanaan, eli käytännössä niitä voidaan myydä eteenpäin. (Hull 2010, 322–326.)

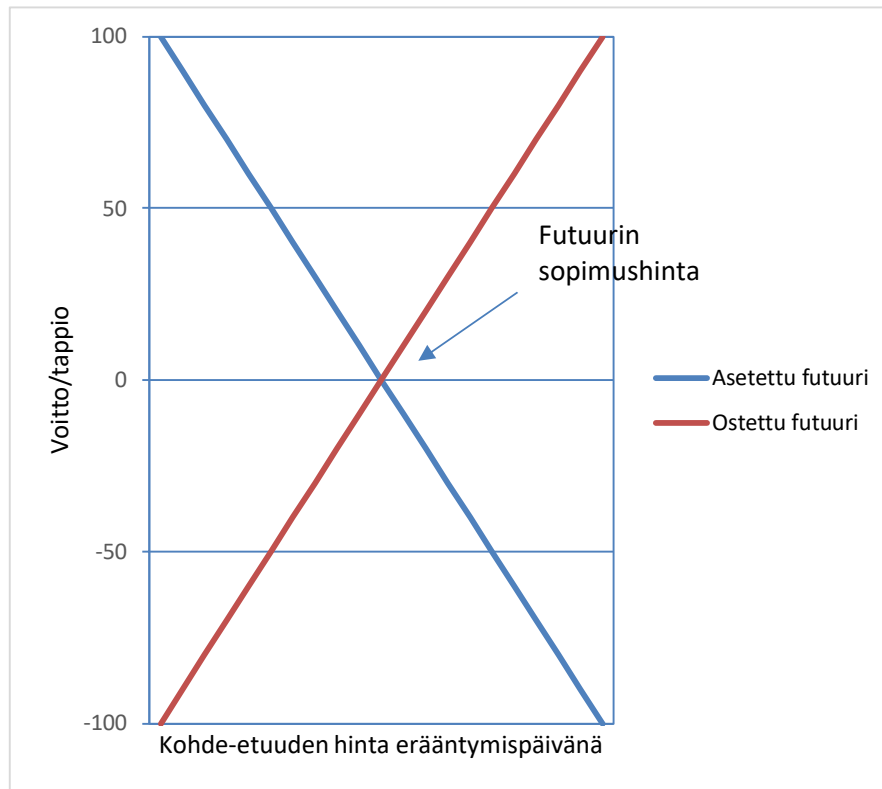
Futuurien ja termiinien erona on myös rahan liikkuminen alkuhetken ja erääntymispäivän välillä. Termiinisopimuksissa raha ei yleensä liiku ennen maturiteettia, kun taas futuurisopimuksissa raha liikkuu koko juoksuajan. Tämä johtuu siitä, että termiinien erääntymispäivän hinta määritetään sen suuruiseksi, että sopimuksen alussa hinta on nolla. Futuurikaupankäynnissä rahan liikkuminen vaikuttaa niin, että vastapuolten on pidettävä tileillään ylläpitomarginaaleja ja lisäksi tarvittaessa saatettava summa takaisin em. marginaalin tasolle maksamalla ns. muutosmarginaali. (Jorion & Khoury 1996, 97–98.) Termiinit ja futuurit eroavat myös sopimuksen käytännön toteutuksen näkökulmasta. Termiineillä sopimus suljetaan usein vasta erääntymispäivänä, jolloin joko tapahtuu toimitus tai sitten positioden erotus maksetaan rahasummana. Sen sijaan futuurisopimus suljetaan lähes aina ennen erääntymistä ottamalla markkinoilla peilikuvapositio. Käytännössä selvitysyhteisö maksaa voitolla olevalle hänen sopimuksesta saamansa tuoton tappiolla olevan selvitystililtä. (Hull 2009, 39–41.)

Termiini- ja futuurihinta ovat teoriassa toisiaan vastaavat. Käytännössä kuitenkin se, että futuuriposition muutosta päivitetään juoksuajan edetessä (päivittäin) johtaa siihen, että riskittömän koron nousu tai lasku vaikuttaa futuurin hintaan aina, kun seuraava epäyhtälö on voimassa ja riskineutraali todennäköisyys P^* vallitsee: $\frac{Cov_t^*[S_T, 1/B_T]}{E_t^*[1/B_T]} \neq 0$, missä B tarkoittaa riskittömän sijoituskohteen hintaa ja S kohde-etuuden hintaa. Epäyhtälöstä voidaan havaita, että kohde-etuuden hinnan ja riskittömän koron käänteisluvun on oltava korreloimattomia. Tämä luonnollisesti toteutuu, kun riskitön korko on vakio. Käytännössä kuitenkin myös verot ja likviditeetti voivat vaikuttaa futuuri- ja termiinihintojen vastaavuuteen suhteessa toisiinsa. (Cvitanic & Zapatero 2004, 186–187, 203–205.)

Futuurisopimus on luonteeltaan käytännössä nollasummapeli futuurin asettajan ja ostajan välillä. Osapuolten tuoton ja tappion kuvaajat ajan suhteen ovat symmetrisiä futuurin juoksuaikana (kuvio 4). Yleensä toiselle osapuolelle kertyy sopimuksesta tuottoa ja toiselle tappiota, mikä määräytyy käytännössä sen perusteella, miten hyvin futuurihinta sopimuksen alkuhetkellä vastaa kohde-etuuden hintaa erääntymispäivänä ottaen huomioon riskitön korko sekä kohde-etuudesta juoksuaikana kertyvät tuotot ja kulut. Sijoittajalla on futuurisopimuksen peilikuvaluonteen takia mahdollisuus ottaa näkemystä sekä



hinnan nousun että laskun puolesta. Koska sekä futuurin asettajalla että ostajalla on mahdollisuus koska vain sulkea positio, voi futuureilla tavoitella tuottoa rajatulla riskillä, sillä tappioiden kertymisen voi myös katkaista haluamassaan kohdassa. (Pilbeam 2010, 330–332.)



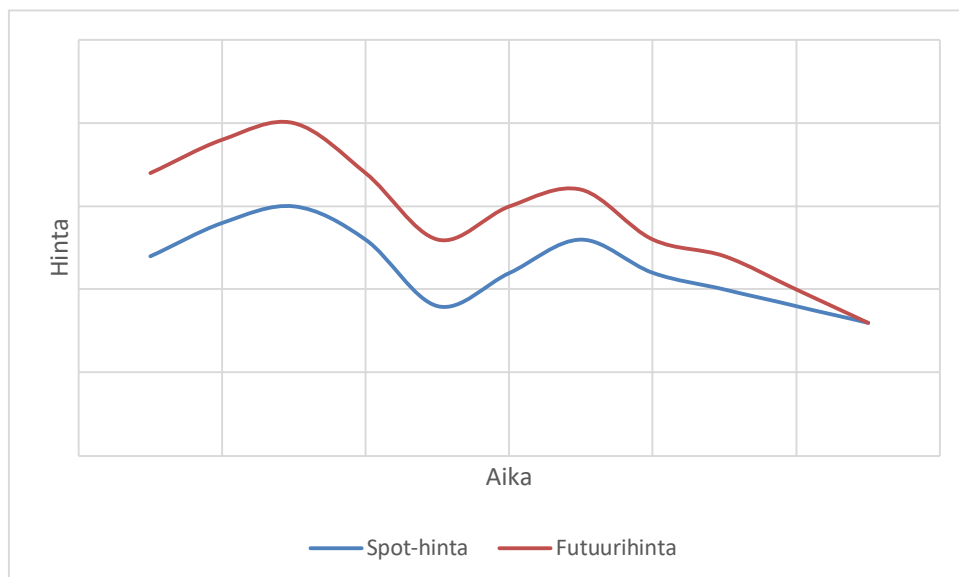
Kuvio 4 Futuurin tuotto/tappio

Futuurisuojauksen mallinnuksessa on olennaista *basis*, kohde-etuuden spot-hinnan ja futuurihinnan erotus hetkellä t (kuvio 4). Basis-arvo muuttuu, jos kohde-etuuden hinta ja futuurihinta eivät muutu samassa määrin ja samansuuntaisesti. Basiksen muutos voi heikentää käytännössä suojauksen tehokkuutta ja usein ilmiöstä käytetäänkin termiä *basis-riski*. Käytännössä basiksen muutosta aiheuttaa se, jos futuuri ja kohde-etuus eivät vastaa toisiaan täydellisesti tai jos sijoittaja ei ole varma tarkasta kauppapäivästä, jolloin kohde-etuutta on määrä ostaa tai myydä, mikä voi johtaa esim. futuurin sulkemiseen sen juoksuaikana. Mikäli suojattava tuote ja futuurin pohjana oleva tuote ovat identtisiä, katoaa basis erääntymispäivään mennessä. (Hull 2009, 51, 54.)

Kun puhutaan suojauksen tehokkuudesta, havaitaan se jälkikäteen käytännössä basisin arvosta. (Jorion & Khoury 1996, 186–187.) Basis ei itsessään ole riskiä synnyttävä tekijä, sillä usein on tiedossa, etteivät kohde-etuus ja tuote tai kauppapäivä ja

erääntymispäivä vastaa täysin toisiaan. Käytännössä riski syntyy siitä, ettei basis ole tiedossa etukäteen. (Cvitanić & Zapatero 2004, 314–315.)

Yksinkertainen esimerkki kertoimen estimoinnin tarpeesta liittyy maakaasufutuu-reilla tapahtuvaan suojaukseen. Maakaasu on merkittävien kuljetuskustannusten vuoksi yleensä melko paikallinen hyödyke, ja sen hinnoissa onkin selvää vaihtelua riippuen etäisyydestä maakaasukentästä. Yhdysvaltain Louisianan Henry's Hubin maakaasusta tehdään futuurikauppaa, mutta kaasun hinta lähellä kenttää on matalampi ja suurissa kaupungeissa korkeampi. Tämän vuoksi 1:1-painotuksella tehtävällä ns. *naïve*-suojausella ei päästä aina tehokkaaseen suojaukseen, vaan suojauskerroin on estimoitava ristiinsuojauksen aikaansaamiseksi. (Ederington & Salas 2008.)



Kuvio 5 Basis-riski

Futuurikauppa tarkoittaa käytännössä, että hyödykettä x voi (ainakin teoriassa) ostaa sekä futuurin avulla että ostamalla hyödykettä suoraan. Käytännössä hyödykkeelle on siis olemassa kahdet markkinat, jolloin määritelmällisesti vääränsuuruinen hinta tarkoittaisi arbitraasimahdollisuutta sijoittajalle. Hinnan täytyy ottaa huomioon niin ajan kulumisen (eli hinta on diskontattava riskittömällä korolla) kuin myös kohde-etuudesta koituvat kustannukset ja saatavat tuotot. Käytännössä basis-riski siis määrittää tietyltä osin futuurihintaa. Futuurin käypää arvoa mallintava *cost-of-carry-malli* rakentuukin arbitraasitoimuudelle: futuurihinnan on oltava yhteneväinen käteishinnan kanssa, johon on lisätty kaikki ne välttämättömät (netto)kantokustannukset, jotka vaaditaan, jotta tuote saadaan toimitettua. Tämän mukainen yhtälö saa seuraavan muodon: $F_0 = S_0 + Cc$, missä Cc (cost-of-carry) tarkoittaa kohde-etuudesta ennen maturiteettia aiheutuvia em.

nettokantokustannuksia. Arvo C_c :lle saadaan vähentämällä tuotteesta juoksuaikana koituvasta kustannuksesta siitä saatava tuotto. Käytännössä edellinen huomioon ottaen voidaan ajatella, että kohde-etuuden ostaminen spot-markkinoilta ja säilyttäminen 6 kuukautta on vaihtoehto sille, että ottaa pitkän position futuurissa, jonka maturiteetti on 6 kuukautta. (Bain & Howells 2005, 405–406.)

Käytännössä futuurisopimuksella voidaan esimerkiksi suojautua vehnän hinnan nousua vastaan. Esimerkkitilanne voisi olla seuraavanlainen: Elintarvikkeita valmistavan osapuoli X:n on tarkoitus ostaa 100 kg vehnää puolen vuoden päästä, joten hän ostaa futuurin, joka lukitsee vehnän hinnan vallitsevalle futuurihinnalle. Osapuoli Y uskoo, että hinta asettuu kuuden kuukauden päästä eri tasolle kuin futuurihinta esittää, joten hän ottaa vastakkaisen position, eli asettaa futuurin kyseisellä hinnalla. Futuurihinta määrittyy siten, että $F_0 = [S_0 + U - I]e^{rT}$. Tässä F_0 on kohde-etuuden futuurihinta hetkellä 0, S_0 on kohde-etuuden arvo hetkellä 0, U on kohde-etuudesta futuurin voimassaoloaikana koituvien kustannusten (esim. säilytyskustannukset) nykyarvo, I on kohde-etuudesta futuurin voimassaoloaikana saatavan tulon (esim. osinkotuotto) nykyarvo, r on riskitön korko ja T futuurin juoksuaika vuosina. Mikäli tuotto ja kustannukset ovat prosentuaalisia suhteissa kohde-etuuden arvoon, voidaan edellinen yhtälö esittää siten, että $F_0 = S_0 e^{(r+u-q)T}$. (Hull 2010, 106–107.)

Yhtälössä u viittaa kustannuksiin ja q tuottoihin futuurin voimassaoloaikana. Futuurihinnan on näin oltava kohde-etuuden riskittömällä korolla (mahdolliset tuotot ja kulut huomioiden) prolongoitu nykyarvo. Mikäli näin ei ole, on markkinoilla arbitraasimahdollisuus. Jos yhtälön vasen puoli on suurempi, voi sijoittaja tehdä arbitraasia ostamalla kohde-etuuden lainarahalla ja asettamalla futuurin. Oikean puolen ollessa liian suuri saa sijoittaja arbitraasia myymällä kohde-etuuden lyhyeksi, sijoittamalla kyseisestä toimenpiteestä saadun summan riskittömällä korolla ja ostamalla futuurin. Toteutuspäivänä sijoittaja sulkee transaktiot ja nettoaa arbitraasivoittoa. (Cvitanić & Zapatero 2004, 184–188.)

2.4 Minimivarianssisuojaus

Ensimmäisen kerran Portfolioteorian mukaisen minimivarianssiposition esitti tehokkaana futuurisuojausena Louis Ederington (1979) artikkelissaan *The hedging performance of the new futures markets*. Hän toi esityksensä perinteisen, 1:1 spot-futuurisuhdetta tukevien teorian rinnalle. Ederington katsoo, että basiksen suhteellinen muutos juoksuaikana

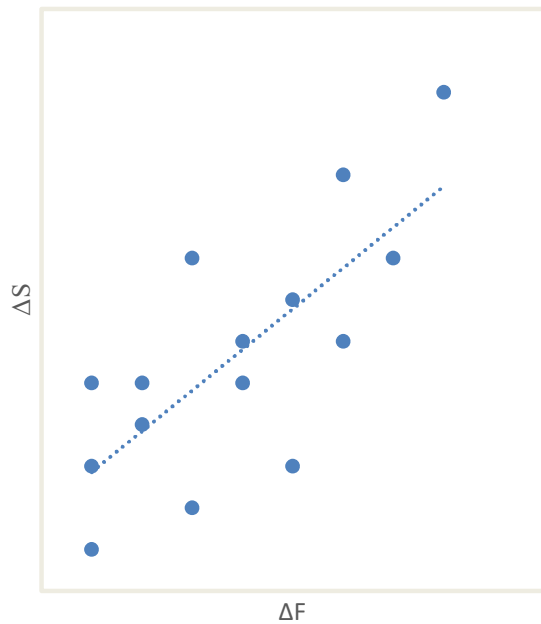
on usein enemmän kuin perinteinen teoria olettaa, ts. spot- ja futuurihinta eivät liiku samansuuntaisesti, eikä siten *naïve*-suojuuksella päästä tehokkaaseen lopputulokseen.

Minimivarianssisuojausta voi edelleen pitää futuurisuojausten karvalakkimallina, jolle vaihtoehtoisia malleja ei välttämättä edes tarjota. Esim. John C. Hullin perusteos *Options, Futures and Other Derivatives* (2009) ei esittele muita vaihtoehtoja kuin portfolioteorian mukaisen varianssin minimoinnin. Minimivarianssiteoriassa suojausposition suuruutta mittaakin suojauskerroin h , jonka jo tiedetään vastaavan CAPM-mallin termiä β . Minimivarianssisuojaus saadaan kaavasta 1, jossa σ_S on kohde-etuuden hinnan keskihajonta suojauksen aikana, σ_F on futuurihinnan keskihajonta suojauksen aikana ja ρ kyseisten hintojen korrelaatio. (Cvitanic & Zapatero 2004, 315.) Kun futuureita käytetään suojautumiseen, on otettava samaan aikaan lyhyt positio futuurissa ja pitkä positio spot-markkinoilla tai pitkä positio futuurissa ja myytävä lyhyeksi kohde-etuutta (Jorion & Khoury 1996, 186–187).

$$(1) h = \rho \frac{\sigma_S}{\sigma_F}$$

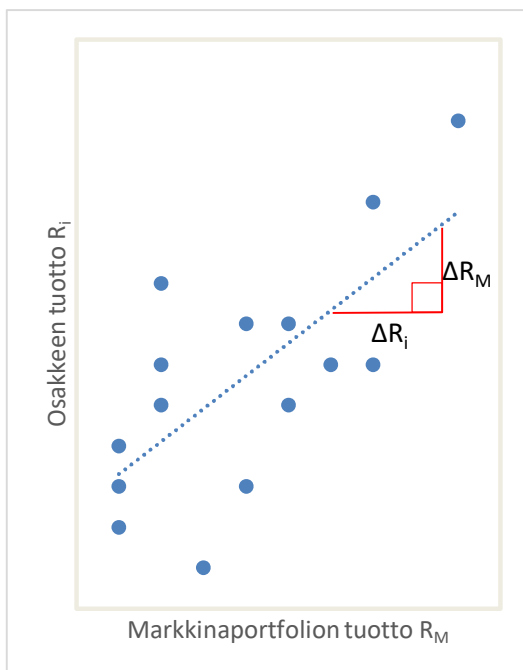
Kuten edellä todettiin, rakennetaan minimivarianssisuojaus silloin kun futuurin ja suojauksen kohde ovat identtisiä ottamalla yhtä suuri positio futuuri- ja käteismarkkinoilla. Käytännössä siis suojauskertoimeksi tulee tällöin yksi. Muussa tapauksessa voidaan CAPM:n yhtälön mukaisella regressiolla saada beta-kerroin ja tehdä oletus, että sen $\beta = h$. (Hull 2009, 60–61). Käytännössä regressio saadaan käteishinnan (ΔS) ja futuurihinnan (ΔF) muutoksesta (kuvio 6) esimerkiksi pienimmän neliösumman menetelmällä. Suojauskertoimen arvo tulee tällöin regressiosuoran kulmakertoimesta, joka havainnollistaa kohde-etuuden ja futuurin hintojen suhteellista muutosta. (Hull 2009, 55–56.)





Kuvio 6 Spot- ja futuurihintojen mukainen suojauskertoimen regressio

Koska regressiosuoran kulmakerroin on yhtä kuin h , voidaan markkinariskiä futuurienkin tapauksessa kasvattaa portfolioilla, jossa on korkeampi kulmakerroin ja toisaalta vähentää pienemmän kulmakertoimen portfolioilla. Kuvio 7 havainnollistaa sitä, miten vastaava regressio, ja siten betan arvo, muodostetaan CAPM:n mukaisesti. (Bain & Howells 2005, 178–179.)



Kuvio 7 CAPM:n mukainen beta-kertoimen regressio

Aiemmin tuli esille, miten basis-riski on käytännössä se nimenomainen tekijä, joka heikentää suojauksen tehokkuutta. Minimivarianssisuojauksen käteis- ja futuuripositio eivät voikaan olla yhtä suuria, jos tuotteet ovat erilaisia joko tyyppinsä tai toimitusaikansa puolesta (Hull 2009, 54–55). Basis-riskin tapauksessa on hyödynnettävä ristiinsuojausta optimaalisemman suojauksen muodostamiseksi. Erityyppisten tuotteiden kohdalla, mikä voi tulla kyseeseen esimerkiksi, jos kohde-etuutena on tietynlainen öljy eikä täysin siihen pohjaavaa futuurityötettä ole tarjolla, on futuuri valittava niin, että sillä on mahdollisimman korkea hintakorrelaatio suojattavan tuotteen kanssa. Jos taas toimitusajat eroavat, on valittava futuuri niin, että sen erääntymispäivä on mahdollisimman lähellä suojattavan tuotteen kaupankäyntipäivää. Kun tuotteet eroavat toisistaan, on suojauskerroin luonnollisesti arvosta yksi poikkeava. (Cvitanić & Zapatero 2004, 314.)

Tarvittava kappalemäärä futuurisopimuksia, joka tarvitaan minimivarianssisuojauksen muodostamiseksi, saadaan seuraavasti: $N = h \frac{Q_s}{Q_f}$. Yhtälössä N on futuurisopimusten kappalemäärä, Q_s kohde-etuuden yksikkömäärä ja Q_f futuurisopimusten yksikkömäärä. (Hull 2009, 56–57.) Kahden regressiomallin vertailussa käytettävä korjattu R^2 -luku kuvaa futuurisuojauksen tapauksessa sitä prosentuaalista riskin vähennystä, joka suojauksella olisi voitu saavuttaa (Ederington & Salas 2007). Kun kohde-etuus ja futuurin pohjana oleva tuote vastaavat toisiaan täydellisesti, määräytyy suojaus kuvion 6 kulmakertomesta: suoran kulmakertoimeksi tulee 45 astetta, kun sekä kohde-etuuden että futuurisopimuksen kokonaisarvo on yhtä suuri.

Käytännössä basis-riski luo tarpeen optimoida positio minimivarianssisuojauksen mukaiseksi naïve-suojauksen sijaan. Minimivarianssisuojauksen voidaan havaita olevan melko suoraviivainen toteutukseltaan ja yleisesti taloustieteessä käytetty, periaatteeltaan yksinkertainen PNS-regressio onkin yleinen tapa optimoida minimivarianssisuojaus. Voidaankin olettaa, että sijoittaja suosii kyseistä mallia, mikäli on hyvin epävarmaa tarjovatko muilla malleilla muodostetut suojaukset korkeamman odotetun hyödyn.

2.5 Puhdas martingaaliprosessi

Tuotto-riskisuhdetta optimoivat mallit lähtevät oletuksesta, että tuotot eivät seuraa puhdasta martingaaliprosessia. Tällä viitataan yleisesti tuottojen satunnaiskulkuun, eli ns. random walk -hypoteesin mukaiseen markkinoiden käytökseen (Shrestha ym. 2017). Hypoteesin mukaan tuotot eivät ole ennustettavissa, eli käytännössä peräkkäiset hintamuutokset ovat riippumattomia toisistaan, noudattaen kuitenkin samalla jotakin



todennäköisyysjakaumaa. Hypoteesin pitäessä paikkansa ei menneisyyttä voi käyttää tulevaisuuden ennustamiseen. Tämä tarkoittaa puolestaan sitä, että markkinat ovat tehokkaita: satunnaisuus ei ole merkki sijoittajien irrationaalisuudesta, vaan siitä että markkinahinnat kuvastavat hyvin sijoituskohteiden todellista arvoa kullakin ajanhetkellä t . Reaali maailman muutokset heijastuvat myös hintoihin ”välittömästi”, mihin sisältyy lisäksi oletus, että markkinat yli- ja alireagoivat yhtä usein hinnoittellessaan muutosten vaikutuksia. Käytännössä tämä johtaa tilanteeseen, jossa säännöllisen ylituoton tekeminen on mahdotonta. (Fama 1965.) Futuurien tapauksessa puhtaasta martingaalisuudesta seuraava satunnaiskulku tekee odotetun tuoton estimoinnista turhaa ja typistää suojauksen optimoimisen riskin minimointiin (Shrestha ym. 2017).

Martingaalisuus itsessään voidaan jakaa yleiseen martingaalisuuteen ja puhtaaseen martingaalisuuteen (Shrestha ym. 2017). Puhtaan martingaalisuuden mukainen tehokkuus sisältyy myös Tehokkaiden markkinoiden hypoteesiin (Fama 1991). Sen mukaan tehokkuus merkitsee, että hinta sisältää jo kaiken tarjolla olevan markkinatiedon. Vaihtoehtoisesti: mikäli oletetaan että kaupankäyntiin sisältyy transaktiokuluja ym. kitkatekijöitä, toteutuu tehokkaiden markkinoiden hypoteesi silloin, kun markkinatiedon käyttämisestä saatava marginaalihyöty ei alita siitä koituvia marginaalikustannuksia. Edelleen tehokkaat markkinat voidaan jakaa kolmeen eri muotoon: heikosti tehokkaat markkinat (voidaanko menneistä tuotoista ennustaa tulevia), keskivahvasti tehokkaat markkinat (heijastuuko julkinen markkinatieto nopeasti kurssiin) ja vahvasti tehokkaat markkinat (onko sijoittajilla sisäpiiritietoa, joka ei ilmene markkinahinnoissa). Kun arvioidaan markkinoiden heikkoa tehokkuutta, ei tuottoja oleteta sinänsä täysin satunnaisiksi, vaan katsotaan että historiallinen odotusarvo on paras ennuste tulevista tuotoista. (Fama 1991.)

Futuurimallien estimointi perustuu menneeseen hintakehitykseen ja spot- ja futuurihinnan erotuksen pohjana on riskitön korko sekä futuurin juoksuaikana kohde-etuudesta saatavat tuotot sekä siitä koituvat kustannukset. Näiden pohjalle rakentuu arbitraasittomuushinnoittelu, kuten luvussa 2.3 esitettiin. Toisin sanoen tehokkailla futuurimarkkinoilla hinnoittelu perustuu siihen, että futuurihinta vastaa kohde-etuuden historiaan perustuvaa odotettua tuottoa (odotetut osingot, hyödykkeestä saatava tulo ym.) ynnättynä riskittömällä korolla.

Tehokkaiden markkinoiden, satunnaiskulun ja puhtaan martingaalisuuden yhteyttä voidaan havainnollistaa myös martingaalisuuden määritelmällä. Martingaaliprosessi määrittyy seuraavilla parametreilla: F_t viittaa futuurisopimuksen logaritmiseen hintaan hetkellä t , $F_{t+\delta}$ on futuurisopimuksen logaritminen hinta hetkellä $t + \delta$ ja se perustuu

sijoittajien kollektiivisiin odotuksiin, jotka he ovat muodostaneet hetkellä t saatavilla olevan markkinatiedon Φ_t pohjalta. Lisäksi $\theta(\delta)$ on ajanmuutoksen δ funktio ja termi Φ_t kattaa tämänhetkiset ja menneet futuurihinnat. Martingaaliprosessin katsotaan olevan voimassa, kun seuraava yhtälö toteutuu: $E[\ln(F_{t+\delta}) | \Omega_t] = \theta(\delta) + \ln(F_t)$. Silloin kun $\theta(\delta) = 0$, toteuttaa kyseinen prosessi puhtaan martingaalisuuden. Yleisen martingaaliprosessin odotettu tuotto on siis nolasta poikkeava, mutta puhtaan martingaaliprosessin tuotto on nolla. (Shrestha ym. 2017.)

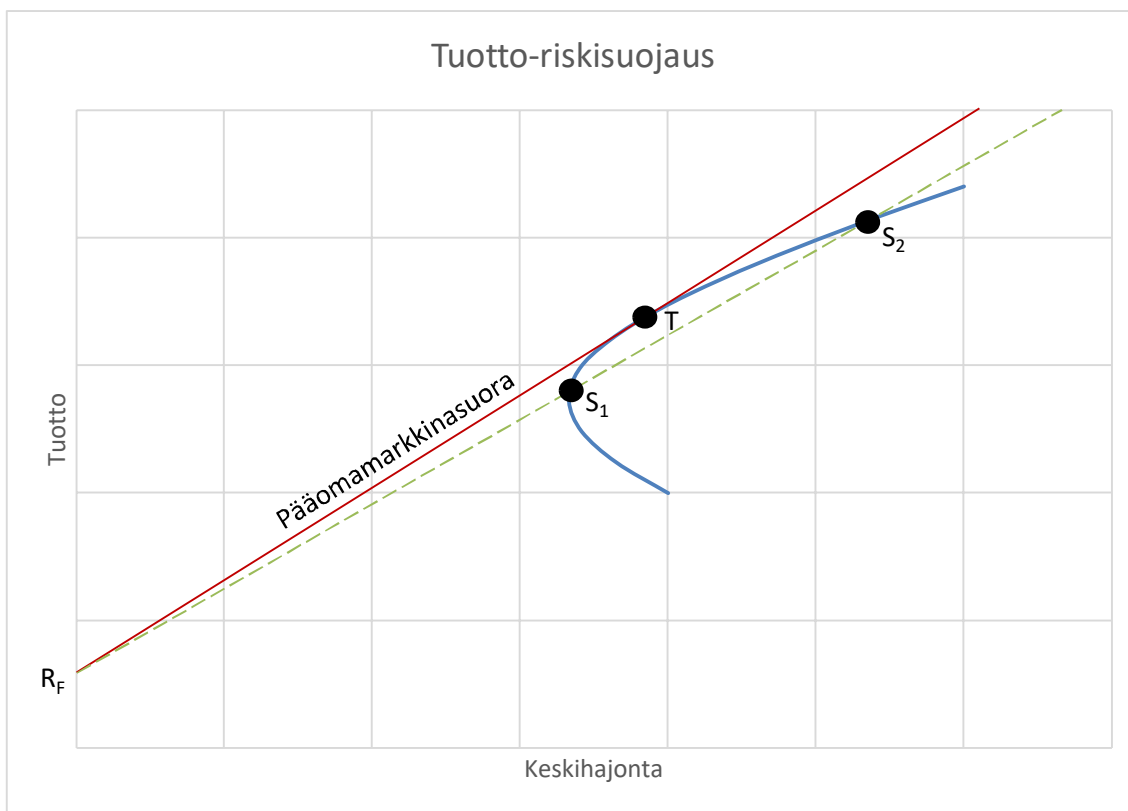
Martingaalisuus voidaan määritellä edeltävän esityksen ohella myös niin, että $\ln(F_{t+1}) = \gamma_0 + \gamma_1 \ln(F_t) + u_t$, missä viimeinen termi viittaa valkoisen kohinan prosessiin. Kun $\gamma_1 = 1$, toteutuu yleinen martingaaliprosessi. Puhdas martingaaliprosessi saadaan, kun $\gamma_0 = 0$ ja $\gamma_1 = 1$. Edellinen tulos viittaa satunnaiskulkuun virtauksella (random walk with a drift) ja jälkimmäinen satunnaiskulkuun ilman virtausta (random walk without a drift). (Shrestha ym. 2017.) Voidaan siis havaita, että martingaalisuus on suorassa yhteydessä tehokkaiden markkinoiden hypoteesiin.

Puhtaan martingaalisuuden puuttuminen futuurimarkkinoilta johtaa tilanteeseen, jossa markkinoilla on tehottomuutta ja monimutkaisemmilla malleilla voidaan näin hyödyntää syntynyttä virhehinnoittelua. Menneiden spot- ja futuurihintojen ennustevoima antaa näin mahdollisuuden luoda suojaus, joka tarjoaa futuurimarkkinoiden keskituottoa parempaa tuottoa. Muussa tapauksessa optimaalinen (tai odotettua hyötyä maksimoiva) futuurisuojaus tiivistyy riskin minimointiin ja, mikäli sijoittajien hyötyfunktio on kvadraattinen, minimivarianssisuojaukseen (Shrestha ym. 2017). Tuottoa tavoittelevat mallit ovat tällöin itsessään tarpeettomia. Puhdas martingaalisuus ei kuitenkaan merkitsisi vielä sitä, että minimivarianssisuojaus olisi paras mallinnus. Tuottojen jakautuminen joko normaalijakauman tai jonkin muun jakauman mukaisesti määrittää näet sen, onko muilla riskeä minimoivilla mallinuksilla merkitystä.

3 TUOTTO-RISKISUHTTEEN MAKSIMOIVA SUOJAUS

3.1 Futuurien vaikutus tehokkaaseen rintamaan

Portfolioteorian ja tuotto-riskisuojausten yhteyttä voidaan tarkastella Howardin ja D'Antonion (1984) esityksen pohjalta. Kuviossa 8 havaitaan kaksi tehokkaalla rintamalla sijaitsevaa suojattavaa portfolioa S_1 ja S_2 sekä tangenttiportfolio T . Pisteestä S_1 päästään tangenttiportfolioon yhdistämällä se sopivaan pitkään tai lyhyeen futuuripositioon. Koska S_2 sijaitsee samalla riskittömästä korosta lähtevällä suoralla kuin S_1 , saadaan siitä tangenttiportfolio tekemällä samansuuruisen futuurisopimus kuin S_1 :n tapauksessa, mutta vastakkaisella positiolla. Jos lähtöasetelmassa $S = T$, ei futuurisuojauksesta ole hyötyä. Jokaisessa tapauksessa sijoittaja allokoii varallisuudestaan osuuden α tangenttiportfolioon ja osuuden $1 - \alpha$ riskittömään korkoon oman riskipreferenssinsä mukaisesti.



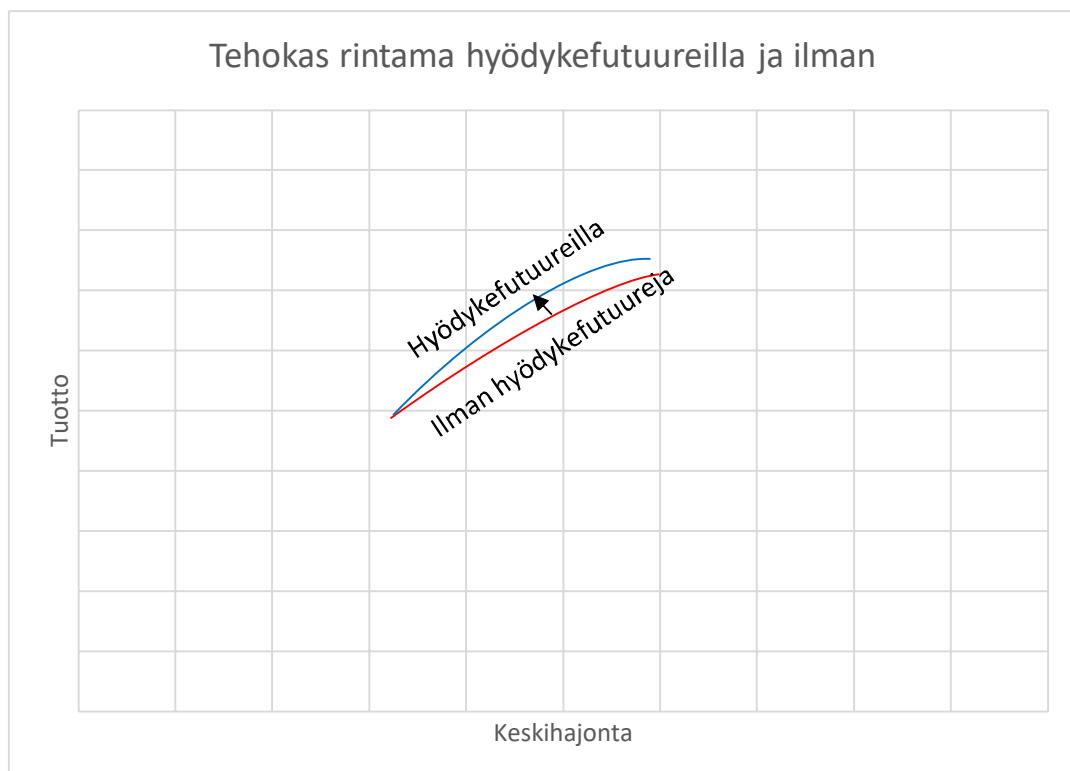
Kuvio 8 Tuotto-riskisuojaus tehokkaalla rintamalla

Futuuriin teoreettinen arvo sijoituskohteena vaihtelee selvästi sen mukaan, onko futuurin kohde-etuus hyödyke vai rahoitusinstrumentti. Edellisten kohdalla kaupankäynti-, vakuutus- ja säilytyskustannukset tekevät suorasta sijoittamisesta usein hankalan ja kalliin vaihtoehdon. Futuurimarkkinoilla kaupankäynti voi olla tehokkaampaa myös paremman likviditeetin ansiosta ja tarjota joskus mahdollisuuden isojen positioiden myymiseen ilman

että kauppa laskee hintaa, toisin kuin osakkeen suoralla myynnillä. Jotkin indeksit saattavat olla kaupankäynnin kohteena futuureilla, mutta eivät osakkeilla ja toisaalta futuurit jäljittelevät usein indeksiä tarkemmin kuin ETF:t. (Jensen ym. 2000.)

Futuurien avulla voidaan siis päästä käsiksi sijoituskohteisiin, jotka eivät joissain tilanteissa ole sijoittajan ulottuvilla. Tällöin voidaan ajatella, että futuureilla saavutetaan portfolioteorian mukaista hajautushyötyä, eli korkeampi odotettu tuotto pienemmällä riskillä tai pienempi riski korkeammalla odotetulla tuotolla. Hyödykkeiden vuosituotot ovat vertailukelpoisia osaketuottoihin nähden ja lisäksi näihin tuottoihin vaikuttavat hyvin erilaiset tekijät kuin osakkeisiin tai joukkovelkakirjoihin, minkä takia hyödykefutuurien voi olettaa parantavan portfolion tehokasta hajautusta (Bianchi ym. 2015).

Jensen ym. (2000) huomasivat tehokkaan rintaman siirtyvän vasemmalle, kun portfolioon, joka muodostui yritysten joukkolainoista, osakkeista, valtion velkasitoumuksista (T-bill) ja kiinteistörahasto-osuuksista, lisättiin hyödykefutuureita. Asetelman reunaehdona oli, että anto- ja ottolainaus riskittömällä korolla sekä lyhyeksimyyni eivät ole mahdollisia. Futuurien tuotto-varianssisuhde oli heikompi kuin muiden sijoituskohteiden, mutta koska futuurit korreloivat negatiivisesti muiden omistusten kanssa, voitiin niillä lisätä portfolion tehokkuutta.



Kuvio 9 Tehokas rintama hyödykefutuureilla ja ilman

Muodostaessaan tehokkaita portfolioita sijoituskohteista Jensen ym. (2000) huomasivat, että hyödykefutuuriin osuus oli yli 10 % lähes kaikilla riskitasoilla, keskihajonnan vaihdellessa välillä 0,5 - 4,0. Lisäksi hyödykefutuuriin huomattiin olevan erityisen tärkeitä supistavan rahapolitiikan periodeilla. Syynä tähän on hyödykehintojen ja inflaation voimakas positiivinen korrelaatio, jolloin hyödykefuturit toimivat suojana inflaatiota vastaan yleisen hintatason kasvaessa nopeasti.

Kansainvälisen sijoittamisen on havaittu siirtävän tehokasta rintamaa vasemmalle. Ulkomaiset sijoituskohteet ovat kuitenkin usein vieraassa valuutassa, mikä synnyttää valuuttakurssiriskin: ulkomaisen valuutan arvon heikentyminen suhteessa kotimaan valuuttaan pienentää ulkomaisen investoinnin tuottoa. Portfoliosta saadaankin tällöin tehokkaampi ottamalla lyhyt positio ulkomaan valuutan futuurissa. Kyseisellä strategialla voidaan saavuttaa parempi tuotto verrattuna tilanteeseen, jossa valuuttakurssiriskiltä ei suojauduta. (Levy & Sarnat 1970.)

Futuuriin voidaan havaita olevan useassa tilanteessa hyödyllisiä tuotto-riskimielessä tehokkaan pisteen saavuttamisen kannalta. Niiden avulla voidaan tehdä joitain transaktioita tehokkaammin kuin muita menetelmiä käyttäen ja päästään käsiksi sellaisiin pitkiin ja etenkin lyhyisiin positioihin, joita ei joko ole tai joiden hankkiminen aiheuttaisi merkittävästi ylimääräisiä kustannuksia. Futuurisopimukset tarjoavatkin näin toisaalta mahdollisuuden liikkua pitkin tehokasta rintamaa, mutta myös siirtää rintamaa vasemmalle, mikä tekee niistä mahdollisesti portfolion tehokkuutta parantavan sijoitusvälineen.

3.2 Vaihtoehtoiset riskin mitat futuurisuojausessa

3.2.1 Alempi osittaismomentti

Alemman osittaismomentin suhteen tapahtuvalla optimoinnilla voidaan minimoida tavoitetuoton alle jäävän tuoton riski sekä muodostaa odotetun tuoton hypoteesin kanssa yhteneväinen suojaus. Kyseinen hypoteesi tarkoittaa oletusta, että sijoittajilla on hyötyfunktio, joka on lineaarinen operaattori, odotettu hyöty määrittyy nettotuotosta ja että henkilökohtaisten preferenssien järjestys voidaan ilmaista näiden hyötyfunktioiden odotusarvona, kun todennäköisyysjakaumat ovat annettuja. Alempaa osittaismomenttia, kuten myös myöhemmin esitettävää gini-kerrointa, hyödyntäen tehdään tehokkuusanalyysiä, jossa järjestetään portfoliot tehokkuuden mukaisesti. Käytännössä tällöin muodostetaan tehokkuuskriteerit, joihin sopivat portfoliot muodostavat kriteerien osajoukon. Mitä

enemmän tehokkuuskriteerit sulkevat dominoituja portfolioita ulos osajoukosta, sitä tehokkaammat kriteerit ovat. (Hanoch & Levy 1970.)

Alemman osittaismomentin kaltaisesta riskin mallinnuksesta puhuttaessa viitataan usein myös termiin semivarianssi, niin aiemmassa tutkimuksessa (Markowitz 1952, 1992, 1995; Porter 1974; Hogan & Warren 1974) kuin GSV/M-GSV-mallin nimessäkin (generalized semivariance/mean-generalized semivariance). Semivarianssi on käytännössä kuitenkin alemman osittaismomentin erikoistapaus. Tässä tutkielmassa käytetään tämän vuoksi kyseisestä riskin mitasta nimityksiä GSV (itse mallia käsiteltäessä) sekä alempi osittaismomentti (sekä tässä että myöhemmissä luvuissa). Näiden kahden välinen ero otetaan tarkemmin esille GSV-mallin lähemmän tarkastelun yhteydessä.

Alempaa osittaismomenttia riskin mittana pitävässä suojausstrategiassa riski jaetaan tavoitetuoton ylittävään *ylätason potentiaaliin* ja tavoitetuoton alittavaan *alatasen riskiin*. Käytännössä sellaista heilahtelua, joka ylittää tavoitetuoton ei nähdä negatiiviseksi, vaan riskiä vähennetään ainoastaan minimoimalla varianssia siltä osin, kuin se jää tuottovaatimuksen alle. (Lien & Tse 2000.) Portfolio, joka näin muodostetaan, on (perustuen jäljempänä esiteltävään teoriaan) stokastisesti dominantti. Tuotto-varianssimielessä tehokas portfolio taas on stokastisesti dominantti vain, kun tuotot ovat normaalisti tai yhteisnormaalisesti jakautuneita tai kun hyötyfunktio on kvadraattinen. (Porter 1974.) Stokastiseen dominanssiin perustuvat futuurisuojausmallit ovatkin syntyneet vastaamaan tuotto-varianssikehikon heikkouksiin, eli käytännössä siihen, että em. oletukset eivät tutkimusten valossa ole aina osoittautuneet pitäviksi (Kolb & Okunev 1992; Lien & Tse 2000; Chen ym. 2003.)

Alempaa osittaismomenttia havainnollistaa hyvin sen erikoistapaus, jo Markowitzin (1952) aikoinaan potentiaalisena riskimittana pitämä semivarianssi. Siinä missä varianssi kuvaa sekä ylös- että alaspäin tapahtuvaa heilahtelua, mittaa semivarianssi vain alaspäin tapahtuvaa. Semivarianssin mallintamisessa asetetaan siis käytännössä tavoitetuotto nol-laksi, jolloin se mittaa vain puolta varianssin heilahtelusta. (Lien & Tse 2000.) Muissa alempaan osittaismomenttiin perustuvissa suojauksissa tavoitetuotto on mahdollista asettaa sekä nollan ylä- että alapuolelle.

Tuoton ja alemman osittaismomentin suhteen tehokas rintama perustuu vastaavan kaltaiseen portfoliovalintaan kuin markowitzlainen tuotto-varienssi-tehokas rintama. Dominoidut vaihtoehdot pudotetaan pois rintamaa muodostettaessa, jolloin optimitilanteessa vaihtoehdoissa ei ole lopulta enää jäljellä mitään sellaista, joka tarjoaisi tietyllä riskitasolla korkeampaa tuottoa tai tietyllä tuottotasolla matalampaa riskiä. Tällä tavalla saatua



joukkoa kutsutaan stokastisesti dominantiksi rintamaksi. Aina yksilön preferenssit eivät ole kokonaisuudessaan tiedossa, mutta yleistetyt, stokastiseen dominanssiin perustuvat mallit voivat tarjota tällaisessa puutteellisen informaation tapauksessakin mahdollisuuden tehdä optimaalinen portfoliovalinta. (Bawa 1975.)

Tiedetään myös, että tuotto-varianssisuhdetta maksimoitaessa saatava suojaus ei ole aina stokastisesti dominantti. Käytännössä jos tilanne on, että kahden riskisen sijoituskohteen A ja B jakaumat ovat rajoitetut, ei-päällekkäiset ja lisäksi sekä A:n tuotto että varianssi ovat matalampia kuin B:n, ovat molemmat sijoituskohteet silti tuotto-varianssi-kehikon mukaan tehokkaalla rintamalla. Stokastisen dominanssin kanssa yhtenevällä portfoliovalinnalla saavutetaan etua tähän tilanteeseen nähden, koska sillä on mahdollista sulkea A pois B:n suhteen dominoituna vaihtoehtona. (Yitzhaki 1983; Shalit & Yitzhaki 1984.)

Alempiin osittaismomentteihin perustuva portfoliovalinta on käytännössä vaihtoehtoinen hyötyfunktioon perustuvalle portfoliovalinnalle. Bawa (1975) esittää, että tilanteessa, jossa yksilön preferenssejä ei saada täysin selville, on mahdollista soveltaa stokastisen dominanssin sääntöjä, jotka voidaan käytännössä korvata sopivilla tehokkuuskriteereillä. Tähän palataan myöhemmin luvussa. Termejä *stokastisen dominanssin ehdot* ja *tehokkuuskriteerit* käytetään rinnakkain. Stokastisen dominanssin ehtojen soveltaminen käytännössä siis minimoi vaihtoehtojen määrän hylkäämällä ne, jotka ovat huonompia suhteessa muihin kyseisessä joukossa, jolloin jäljelle jäävät vaihtoehdot muodostavat tehokkaan rintaman. (Bawa 1975.)

Stokastisen dominanssin säännöt määrittävät siis riittävät ehdot dominanssille. Käytännön tasolla voidaan todeta, että sellainen portfolioiden joukko, joka koostuu kaikista niistä riskeistä, jotka eivät ole tehokkuuskriteerien mukaan toisen riskin dominoimia, muodostavat tehokkaan rintaman. Heikot tehokkuuskriteerit johtavat kapeampaan tehokkaaseen rintamaan, pienimmän mahdollisen tehokkaan rintaman muodostuessa silloin, kun tehokkuuskriteerit ovat optimaalisia, eli sekä *riittäviä että välttämättömiä*. (Hanoch & Levy 1969.) Tämä on loogista, sillä tiukat kriteerit tekevät siitä epätodennäköisempää, että portfoliot olisivat keskinäisessä vertailussa ristiin joko paremmin tuottavia tai riskisempiä, jolloin dominoituja portfolioita olisi vaikeaa löytää.

Nimenomaan futuurisuojauksessa hyödynnettäviin stokastisesti dominantteihin malleihin on käytetty pohjana mm. Royn (1952) safety first -periaatetta, johon seuraavaksi luodaan katsaus. Royn teorian mukaan yksilön voi usein olla järkevää ainoastaan suojautua "katastrofilta". Sijoittaja pyrkii tällöin ainoastaan välttämään sen, että tuotto jäisi alle

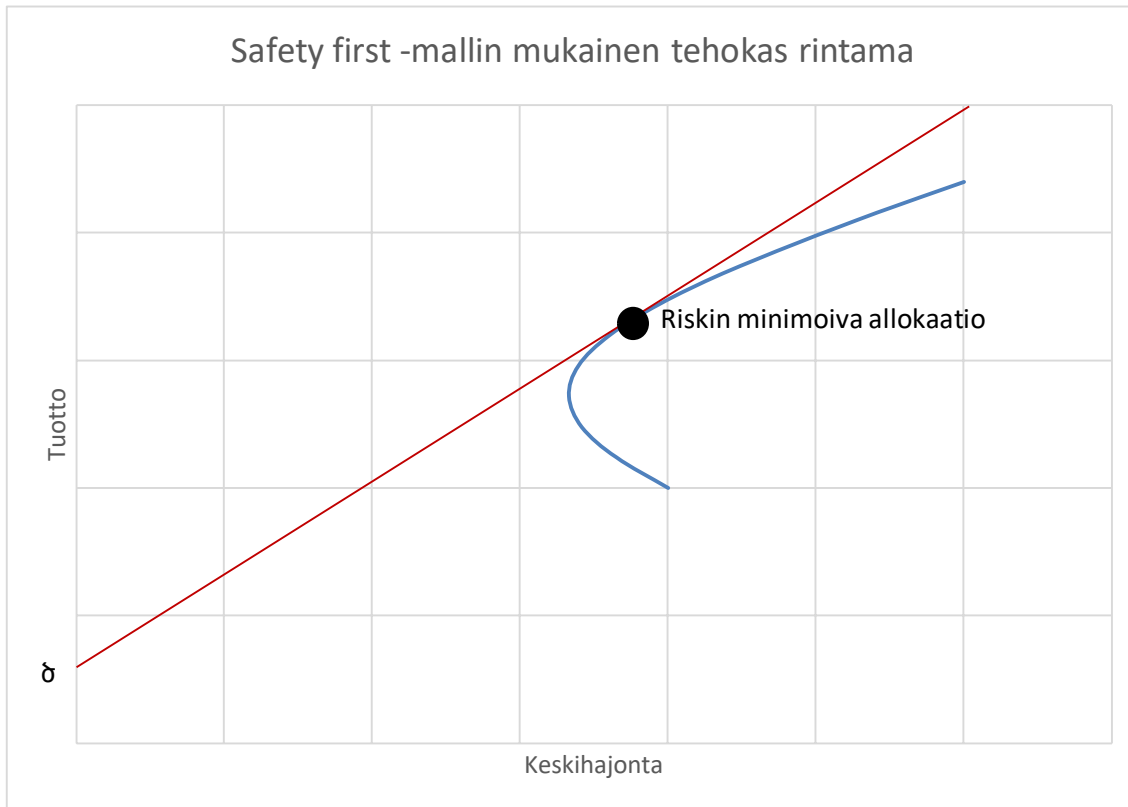
tietyn määritellyn tason δ , johon viitataan jatkossa tavoitetuottona. Roy pyrkii teoriallaan käytännönläheisyyteen, tuoton maksimointiin epävarmuuden vallitessa, optimoimatta kuitenkaan lähtökohtaisesti hyötyä. Teoria ei otakaan kantaa siihen, millainen hyötyfunktio tällä tavalla sijoittavalla henkilöllä olisi, sillä Roy katsoo sen johtavan liian yleisiin ja siten soveltamiskelvottomiin malleihin. Safety first -mallin onkin yleisesti nähty olevan periaatteiltaan hyötyteorian ulkopuolella (Bawa 1978).

Safety first -periaatetta lähestytään laskemalla yläraja todennäköisyydelle, että tuotto on δ tai vähemmän, annettuna $E[r]$ ja σ . Tällöin on oltava, että $P[|\varepsilon - E(r)| \geq E(r) - \delta] \leq \frac{\sigma^2}{[E(r) - \delta]^2}$, missä ε on lopullinen tuotto. (Roy 1952.) Koska $|\varepsilon - E(r)|$ on aina arvotaan positiivinen, kääntyy se muotoon $E(r) - \varepsilon$, jos molemmat osat ovat negatiivisia. Kyseisessä tapauksessa yhtälö saa muodon, missä $P[E(r) - \varepsilon \geq E(r) - \delta] = P[\varepsilon \leq \delta] \leq \frac{\sigma^2}{[E(r) - \delta]^2}$. Nyt todennäköisyyden $P[\varepsilon \leq \delta]$ minimointi vastaa sitä, että maksimoidaan arvo $\frac{E(r) - \delta}{\sigma}$. (Roy 1952.)

Näin pyritään minimoimaan todennäköisyys riskille, että tuotto jää lopulta kriittisen rajan alle. Vaihtoehtoisesti voidaan ajatella, että mallilla maksimoidaan (minimoidaan) odotetun tuoton ja riskin suhde kriittisen arvon δ ylittävältä (alittavalta) osuudelta. Käytännössä mallia sovelletaan niin, että niitä hyödykkeitä, joiden odotettu tuotto hetkellä 1 jää alle kriittisen rajan myydään lyhyeksi ja vastaavasti hyödykkeissä, joiden odotettu tuotto hetkellä 1 ylittää kriittisen rajan otetaan pitkä positio. (Roy 1952.)

Roy'n malli vastaa pitkälti tehokkaaseen portfolioon sijoittamista Markowitzin portfolioteorian mukaisesti. Erotuksena on, että riskitön korko korvataan kriittisellä tuottotasolla δ kuvion 10 mukaisesti. Tangenttipisteessä minimoidaan yläraja todennäköisyydelle, että tuotto on korkeintaan δ . Suurempi kulmakerroin laskee todennäköisyyttä sille, että tuotto ei ylitä δ :n tasoa.





Kuvio 10 Safety first -mallin mukainen tehokas rintama

Safety first -mallissa jokaisella odotetun tuoton tasolla minimoidaan sitä vastaava alempi osittaismomentti, samalla tavalla kuin markowitzlaisessa tuotto-varianssikehikossa tiettyä tuottoa vastaava varianssi minimoidaan. Laskemalla kaikki tuottojen ja alempien osittaismomenttien parit saadaan muodostettua arvio tehokkaasta, stokastisesti dominantista rintamasta. Royn malli on stokastisesti dominantti ensimmäisessä asteessa. Sen pohjalta voidaan kuitenkin yleistää malleja, jotka ovat stokastisesti dominantteja korkeammissa asteissa. Saatuja malleja kutsutaankin n :nnen järjestysluvun safety first -säännöiksi. (Bawa 1978.)

Fishburnin (1977) α -t-mallissa alempi osittaismomentti määrittyy kahden parametrin funktiona seuraavasti: $LPM(\delta, n, R_h) = \int_{-\infty}^{\delta} (\delta - R_h)^n dG(R_h), n > 0$ (kaava 2) (Fishburn 1977; Lien & Tse 1998). Yhtälön minimoiminen tuottaa tulokseksi alemman osittaismomentin minimoivan, puhtaasti riskisyyden vähentämiseen tähtäävän suojauskertoimen. Yhtälössä δ tarkoittaa tavoitetuottoa, ja $G(R_h)$ suojatun portfolion tuottojen yhteisjakauman funktiota. Yhtälöä koskee muutama määritelmä: Alempi osittaismomentti on todennäköisyysjakauman funktio. Käytännössä siis, jos todennäköisyysjakauma muuttujille $R_1 = R_2$ on yhteneväinen, niin tällöin $V_{\delta,n}(R_1) = V_{\delta,n}(R_2)$. Lisäksi $V_{\delta,n}(R_h)$ on funktiona δ :n suhteen kasvava ja sen suhde muuttujaan n on monikäsitteinen. Mallin

mukaiselle suojauskertoimelle ei löydy suoraa analyttistä ratkaisua, mikäli futuurin ja kohde-etuuden tuotoilla on ns. aito yhteinen jakauma. (Lien & Tse 2000.)

Royn safety first -säännön mukainen alemman osittaismomentin minimoiva yhtälö asettaa kaavan 2 parametrit muotoon $LPM(\delta, 0, R_h)$, mikä vastaisi riskin rakastajan preferenssejä. Semivarianssin kohdalla parametrit ovat puolestaan $LPM(0, 2, R_h)$. Kaavan 2 Fishburnin malli on siis yleistetty versio alkuperäisestä safety first -säännöstä. Muuttamalla järjestyslukua korkeammaksi ($n \geq 2$) päästään yleistettyihin malleihin. (Bawa 1978; Lien & Tse 2000.)

Käytännössä safety first -sääntöjen sovellettavuus syntyy niiden yhteydestä stokastisen dominanssin sääntöihin. Jokainen n :n järjestysluvun stokastisen dominanssin kriteerin mukaan valittavissa oleva joukko sisältyy saman järjestysluvun safety first -säännön mukaisiin optimaalisiin valintoihin. Toisin sanoen stokastisen dominanssin sääntö $n = 2$ sisältää safety first -säännön $n = 1$, stokastisen dominanssin sääntö $n = 3$ sisältää Safety First -säännön $n = 2$ jne. Safety first -malleissa jokaisella odotetun tuoton tasolla minimoidaan sitä vastaava alempi osittaismomentti, samalla tavalla kuin markowitzlaisessa tuotto-varianssikehikossa tiettyä tuottoa vastaava varianssi minimoidaan. Laskeamalla kaikki tuottojen ja alempien osittaismomenttien parit, saadaan stokastisen dominanssin kriteerien avulla muodostettua arvio tehokkaasta, stokastisesti dominantista rintamasta. (Bawa 1978.)

Sekä stokastisen dominanssin että safety first -sääntöjen järjestyslukuja on kolme (1, 2, 3). Mitä korkeamman järjestysluvun sijoittaja valitsee, sitä enemmän hän välttelee suuria tappioita. Käytännössä n on siis riskinkarttamisen aste. (Lien & Tse 1998.) Ensimmäisen järjestysluvun stokastinen dominanssi (first order stochastic dominance, FSD) viittaa tilanteeseen, jossa kahta todennäköisyysjakamaa $F(x)$ ja $G(x)$ vertailtaessa $F(x) \leq G(x)$ kaikilla x :n arvoilla. Käytännössä jos jollain järjestysluvulla k kumulatiivinen jakuma $F(x_k) > G(x_k)$, ei $F(x)$ ole stokastisesti dominantti suhteessa jakaumaan $G(x)$. Tällöin jakauma F dominoi jakauma G :tä vain, jos jokaisella x :n arvolla todennäköisyys saada x tai vähemmän ei ole suurempi jakaumalla F kuin jakaumalla G . (Hanoch & Levy 1970.)

Käytännön tasolla valinta tehdään vertaamalla aluksi jakaumien odotettuja tuottoja ja asettamalla ne kasvavaan järjestykseen pienimmästä suurimpaan. Jakaumat ovat diskreettejä ja äärellisiä ja niiden määrä on äärellinen. Korkeimman odotetun tuoton jakaumaa verrataan ensin tehokkuuskriteerin avulla pienimmän keskituoton jakaumaan, sitten seuraavaksi pienimmän ja niin edelleen, kunnes päästään toiseksi suurimpaan. Jokainen tehokkuuskriteerin perusteella dominoitu jakauma eliminoidaan vertailusta pois.



Toisella kierroksella toimitaan käytännössä ensimmäisen kierroksen tavoin ja verrataan jäljellä olevista jakaumista sitä, jolla on toiseksi suurin odotettu tuotto, vuorollaan kaikkiin sitä pienemmän odotetun tuoton jakaumiin. Tällaisia kierroksia toteutetaan niin monta, että vertailussa on lopulta vain kaksi jakaumaa, joista toinen eliminoidaan. Tehokkuuskriteerit ovat transitiivisia, eli tehokas rintama ei muutu vertailemalla jakaumia jollain vaihtoehtoisella tavalla. Ensimmäisen järjestysluvun stokastinen dominanssi asettaa hyötyfunktioille ehdoksi ainoastaan, että sen on oltava ei-laskeva x :n suhteen. (Hanoch & Levy 1970.)

Toisen järjestysluvun stokastinen dominanssi (second order stochastic dominance, SSD) soveltuu ei-väheneville hyötyfunktioille, joilla on laskeva marginaalihyöty. Sijoittajat, joilla on tällainen hyötyfunktio, ovat riskiä karttavia. SSD:ssä todennäköisyysjakauma F dominoi G :tä, jos ja vain jos F :n integraali ei ole koskaan G :n integraalin yläpuolella ja on ainakin yhdessä kohtaa sen alapuolella, eli kun $\int_{-\infty}^x (G - F)dt$ on ei-negatiivinen. Käytännössä F :n ja G :n kumulatiiviset jakaumat voivat kulkea ristiin, kunhan yhteenlaskettu alue jolla $F > G$ on pienempi kuin alue, jolla $G > F$. Näillä ehdoilla F :n dominoivuus tarkoittaa myös sitä, että sen varianssi voi olla suurempi kuin G :n. Mikäli jakauma on normaali, vastaa tämä tuotto-varianssisuhteen optimointia. Tehokkaan rintaman muodostamisessa eliminoidaan jälleen dominoituja jakaumia edellä mainittua periaatetta noudattaen. (Hanoch & Levy 1969.)

Kolmannen järjestysluvun stokastinen dominanssi (third order stochastic dominance, TSD) on muuten kuten toisen järjestysluvun, mutta lisäksi hyötyfunktion kolmannen derivaatan on oltava positiivinen ja satunnaismuuttujien määriteltystä suljetulla välillä. Dominoidut jakaumat eliminoidaan taas em. mallin mukaisesti. (Bawa 1975). Käytännössä TSD sisältyy SSD:hen, joka puolestaan sisältyy FSD:hen (Fishburn 1977). Eri järjestyslukujen mukaisilla tehokkailla rintamilla päästään siis sijoittajan preferenssien mukaan tilanteeseen, jossa toisin kuin tuotto-varianssimielessä tehokkaassa rintamassa, mikään valittu jakauma ei voi dominoida toista rintaman jakaumaa. Lisäksi alempi osittaismomentti ei aseta rajoituksia jakauman muodolle, mikä tekee siitä tässä mielessä laajemmin sovellettavan verrattuna tuotto-varianssisuhteen maksimoivaan suojaukseen.

3.2.2 Gini-kertoimen keskimääräinen erotus

Gini-kertoimen keskimääräinen erotus mittaa tasa-arvoa ja sitä on käytetty yleisimmin tuloerojen mittaamiseen. Käytännössä sillä analysoidaan tyypillisesti siis yhteiskunnan

tulojakauman tasaisuutta. (Yitzhaki 1983.) Jatkossa kyseiseen parametriin viitataan tutkimuksessa pelkistetyksi *gini-kertoimena*, yksinkertaisuuden vuoksi.

Gini-kertoimen käytön pohjana on tarve määrittää epätasa-arvoa jakauman muodon muutoksen kautta ja luoda malli jakaumien asettamiseksi paremmuusjärjestykseen (Atkinson 1970). Yitzhaki (1982) esittää gini-kertoimen keskimääräisen erotuksen varianssille vaihtoehtoisena, stokastisen dominanssin toteuttavana riskimittana. Käytännössä gini-kerroin on indeksiarvo, joka perustuu satunnaismuuttujan kaikkien havaintoparien absoluuttisen erotuksen odotusarvoon.

Erotuksena tuotto-varianssisuhteeltaan tehokkaaseen portfoliovalintaan valitaan gini-kerrointa hyödyntäen markkinaportfolioita, jotka kuuluvat lähtökohtaisesti stokastisesti dominanttiin rintamaan ilman tiukkoja oletuksia hyötyfunktioista tai jakauman muodosta. Kyseisenlainen portfoliovalinta edellyttää kahta oletusta. Ensiksikin sijoittajalla on oltava spesifioitavissa oleva hyötyfunktio, jonka pohjalta gini-kertoimen tarjoamaa hajontaa verrataan odotettuun tuottoon. Toinen oletus on, että analyytikko ei tunne sijoittajan hyötyfunktioita, mutta minimoimalla portfolion gini-arvon jokaisella tuottotasolla toisen asteen stokastisen dominanssin sääntöjä soveltaen, on hänen mahdollista muodostaa samassa asteessa stokastisesti dominantti rintama. (Shalit & Yitzhaki 1984.) Stokastisen dominanssin ehtoihin palataan tarkemmin jäljempänä.

Gini-kertoimen etu riskin mittana suhteessa varianssiin on se, että kaikki kumulatiiviset todennäköisyysjakaumat, jotka risteävät korkeintaan kerran, toteuttavat gini-kertoimen kannalta riittävät ehdot stokastiselle dominanssille. Tämän risteämisehdon ansiosta gini-kerroin sallii laajemman valikoiman erilaisia todennäköisyysjakaumien luokkia (mm. normaali-, lognormaali-, tasa- ja eksponentiaalinen jakauma) ja se onkin tältä osin ainakin teoreettisesti paremmin hyödynnettävissä oleva tuotto-varianssisuhteeseen verrattuna. (Shalit & Yitzhaki 1984.) Gini-kertoimen avulla muodostettavan riskimitan voi-kin havaita olevan luonteeltaan yksinkertainen siinä missä varianssinkin, mutta jälkimmäistä vähäisemmällä rajoittavilla oletuksilla (Cheung ym. 1990).

Tulojakaumien järjestämistä voidaan lähestyä yhteenlaskennallisesti erotettavan (esim. kahden muuttujan funktio $F(x, y)$ voidaan kirjoittaa muodossa $f(x) + g(y)$) ja symmetrisen, yksittäisten tulojen funktion kautta: $W \equiv \int_0^{\bar{y}} U(y)f(y) dy$. Tätä kutsutaan sosiaalisen hyvinvoinnin funktioksi ja sen avulla voidaan järjestää jakaumat, kun hyötyfunktio $U(y)$ määritelty kasvavaksi sekä konkaaviksi ja lisäksi seuraavat ehdot toteutuvat: sijoittaja preferoi jakaumaa $f(y)$ suhteessa jakaumaan $f^*(y)$ sosiaalisen

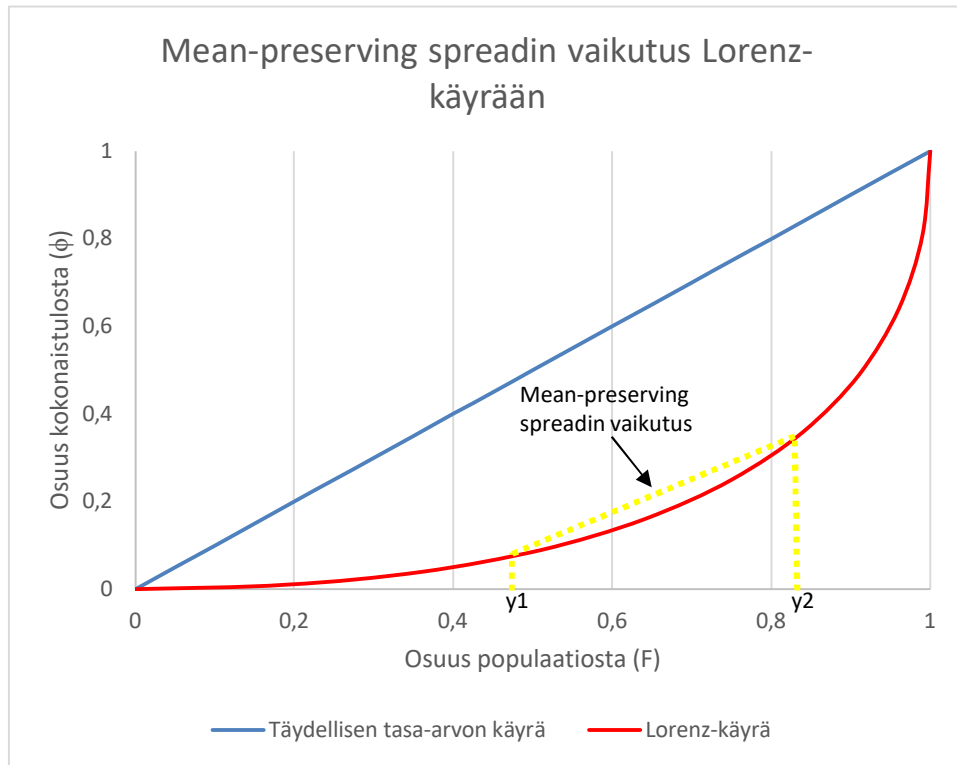


hyvinvoinnin funktion mukaisesti kaikille $U(y)$ ($U' > 0, U'' < 0$), jos ja vain jos $\int_0^z [F(y) - F^*(y)] dy \leq 0$ kaikille $z, 0 \leq z \leq \bar{y}$ (ehto 1) ja $F(y) \neq F^*(y)$ jollekin y :n arvolle (ehto 2), missä $F(y) = \int_0^y f(x) dx$. Jälkimmäinen ehto on olennainen tavoiteltaessa jakaumien asettamista paremmuusjärjestykseen. (Atkinson 1970.)

Hyödyntämällä Lorenz-käyrää on mahdollista muodostaa malli, joka on yhtäpitävä ehdon 2 kanssa. Lorenz-käyrä osoittaa sen osuuden kokonaistuloista, jonka jakauman alin x -suuruinen prosentti saa, ja se voidaan esittää yhtälönä muodossa: $\phi(F) = \frac{1}{\mu} \int_0^{y^1} y f(y) dy$, $F = \int_0^{y^1} f(y) dy$, missä μ tarkoittaa jakauman keskituottoa. Käytännössä tarkasteltaessa jakaumia $f(y)$ ja $f^*(y)$ joilla on sama keskituotto, on ehto 2 vastaava kuin ehto, että jakaumat eivät risteä. Jos siis jakauma $f(y)$ kulkee koko ajan jakauman $f^*(y)$ yläpuolella, toteutuu ehto 2. Toisaalta jos tarkastellaan jakaumia, joiden keskituotot poikkeavat toisistaan, voidaan ehdon 2 perusteella päätellä, että $f(y)$ on kaikkialla suurempi kuin $f^*(y)$. Kun kahden jakauman Lorenz-käyrät eivät risteä, voidaan ne asettaa järjestykseen määrittämättä hyötyfunktioita yllä esitettyä tarkemmin. (Atkinson 1970.)

Atkinson (1970) esittelee jakaumien järjestykseen asettamiseen myös muita malleja, jotka ovat yhteneväisiä ehdon 2 kanssa. Eräs tällainen on mean-preserving spread, joka säilyttää keskituoton ja muuttaa vain riskiä. Käytännössä funktiota z , joka muuntaa tiheysfunktion $f(y)$ tiheysfunktioiksi $f^*(y)$ em. ehdoin, kutsutaan mean-preserving spreadiksi. Itse erotusta $f(y) - f^*(y)$ kutsutaan taas yhdeksi (1) mean-preserving spreadiksi. (Rotschild & Stiglitz 1969).

Mean-preserving spreadin käyttö perustuu Lorenz-käyrän tapauksessa siihen, että jakaumat $f(y)$ ja $f^*(y)$ voidaan asettaa paremmuusjärjestykseen ilman muita hyötyfunktion ehtoja kuin jo edellä mainittu konkaavisuus, jos $f(y)$ voidaan muuntaa $f^*(y)$:ksi tai päinvastoin uudelleenjakamalla tuloja rikkailta köyhille. Mean-preserving spread on sekä välttämätön että riittävä ehto ehdon 2 toteutumiselle. Käytännössä sen voi havaita toimivan kumpaankin suuntaan: kun kahta jakaumaa erottaa mean-preserving spread, täyttyy ehto 2, mutta toisaalta kun ko. ehto on voimassa kahdella jakaumalla, voidaan kumpikin jakauma muuntaa toiseksi sarjalla mean-preserving spredejä. (Atkinson 1970.)



Kuvio 11 Mean-preserving spreadin vaikutus Lorenz-käyrään

Kuvio 11 havainnollistaa sitä, miten mean-preserving spread vaikuttaa Lorenz-käyrään. Gini-kerroin kuvastaa aluetta Lorenz-käyrän ja täydellisen tasa-arvon käyrän välissä, joten se antaa tällöin saman järjestyksen jakaumille kuin konkaavi sosiaalisen hyvinvoinnin funktio (Atkinson 1970). Kun siirrymme tarkastelemaan gini-kerrointa ensin tulonjaon näkökulmasta, voimme havainnoida helposti sen ominaisuuksia ja sitä, miten yhteys Lorenz-käyrään vaikuttaa sen mallinnukseen.

Gini-kertoimella voidaan muodostaa niin absoluuttisen kuin suhteellisenkin tasa-arvon indeksejä. Jos tulojakauma on rajoitettu niin, että on olemassa $a \geq -\infty$, $b \leq 0$, siten että $F(a) = 0$ ja $F(b) = 1$, saa gini-kerroin absoluuttisen tasa-arvon indeksi seuraavan muodon: $\delta_F(v) = \int_0^b A^v(y) dy$, $v \geq 0$ (kaava 2). Yhtälössä $A(y) = 1 - F(y)$, v on epätasa-arvoisen tulonjaon välttämisen parametri (joka muuntuu rahoitusteoriassa riskinkarttamisen asteeksi), $f(y)$ tulosten tiheysfunktio ja $F(y)$ tulosten kumulatiivinen jakauma. Keskitulo puolestaan määrittyy seuraavasti: $\mu = \int_0^b A(y) dy$. Kaavasta 2 voidaankin huomata, että gini-indeksi vastaa keskituloa, kun $v = 1$. Kyseisessä kohdassa sijaitsee myös indifferenssi tulonjaon suhteen. Jos puolestaan $v = 2$, saa yhtälö muodon: $\delta_F(v) = \int_0^b [1 - F(y)]^2 dy = \mu(1 - G)$ (kaava 3). Yhtälössä G on gini-kerroin ja μG puolet gini-kerroin keskitulosta. (Yitzhaki 1983.)

Aiempaa gini-kertoimen määritelmää kaavaan 3 soveltaen voidaan havaita, että tapauksessa, missä $v = 2$, saa epätasa-arvoa kuvaava yhtälö seuraavan muodon: $\delta_F(v) = \mu - \int_0^b [1 - F(y)]^2 dy = \mu - \mu(1 - G) = \mu G$ (kaava 4) (Yitzhaki 1983). Kun epätasa-arvoisen tulonjaon välttelyn kerroin on 2, vastaa epätasa-arvo siis puolta ginin keskierotuksesta. Kohta $v = 2$ on myös käännekohta sen suhteen, miten jakaumien järjestystä painotetaan suhteessa vastaavaan Lorenz-käyrän pisteeseen.

Aiemmin käsiteltiin absoluuttista tasa-arvoindeksiä. Ginin suhteellinen tasa-arvoindeksi saadaan puolestaan jakamalla absoluuttisen ginin yhtälö termillä μ . Suhteellinen indeksi voidaan näin esittää muodossa, missä $\delta^*(v) = v(v-1) \int_0^1 [1 - F]^{v-2} \phi(F) dF$, kun $v > 1$ (kaava 5). Yhtälössä $(1 - F)$ viittaa järjestysarvoon tulojakaumien joukossa. Käytännössä termi F ei viittaa mihinkään tiettyyn jakaumaan, vaan jakauma määrittyy Lorenzin käyrästä. Yitzhaki olettaa sijoittajan olevan riskinkarttaja, joten v on määritelty vain riskineutraaliutta ($v = 1$) suuremmille arvoille. (Yitzhaki 1983.)

Lorenz-käyrä on puolestaan määritelty seuraavasti: $\phi(F^*) = \int_0^{F^*} y dF$. Tällöin ensimmäinen derivaatta F :n suhteen tuottaa tuloksen $\frac{\partial \phi}{\partial F^*} = y/\mu$, sillä $\mu = \int_0^b [1 - F(y)] dy$. Kaavasta 5 havaitaan, että Lorenz-käyrän saama paino on muotoa: $w = v(v-1)(1-F)^{v-2}$. Ottamalla tästä derivaatta F :n suhteen saadaan yhtälö muotoon: $\frac{\partial w}{\partial F} = -v(v-2)(1-F)^{v-3}$. Sijoittamalla eri v :n arvoja havaitaan mm., että $v = 2$ on piste, jossa yhtälön arvo on nolla ja Lorenz-käyrän saamat painot ovat siten riippumattomia tulojakaumien järjestyksestä. (Yitzhaki 1983.)

Aiemmin esitetyn perusteella tiedetään, että kun $v = 2$, vastaa absoluuttinen gini-indeksi ginikerrointa. Käytännössä tässä pisteessä suojauksen muodostamisen pohjana olevat havainnot sijoittuvat 50:50-suhteessa keskituoton molemmiin puolin. Arvon $v = 2$ voi havaita edustavan samankaltaista suhtautumista riskiin kuin tuotto-varianssisuhteen käytön, molemmissa kun suhtaudutaan symmetrisesti riskiin keskituoton molemmiin puolin. Lisäksi havaitaan, että painot ovat kasvavia suhteessa tulojakaumien järjestyksen kasvuun, kun $1 < v < 2$, ja pieneneviä, kun $v > 2$. Edellisessä tapauksessa havainnoista yli 50 % sijoittuu jakauman loppupäähän (b) ja jälkimmäisessä yli 50 % sijoittuu alkupäähän (a). (Yitzhaki 1983.)

Käytännössä tätä voi havainnollistaa ajatuksella, että mallissa v :n arvo määrittää sen, mikä määritellään hajonnaksi (ja siten ei-toivottavaksi): kun v :n arvo on suurempi kuin kaksi, näkee sijoittaja suurempana hajontana sen, että yli puolet jakaumasta on sijoittunut

loppupäähän (verrattuna sijoittumiseen alkupäähän). Kun $v < 2$, on päinvastainen luonnollisesti totta. (Yitzhaki 1983.) Mallissa maksimoidaan siis sitä osaa jakaumasta, jonka v -arvo määrittää. Ääripäihin mentäessä havaitaan seuraavaa: kun $v = 0$, maksimoi sijoittaja jakauman ylintä arvoa ja kun $v \rightarrow \infty$, maksimoi hän jakauman alinta arvoa. (Shalit & Yitzhaki 1984). Gini-indeksi käytännössä määrittää siis yhtälön riskinkarttajalle sopivaksi, kun $v > 1$. Toisaalta taas $v = 2$ on piste, joka jakaa sijoittajat sen mukaan, mihin osaan jakaumaa he toivovat suurimman osan havainnoista olevan keskittyneitä.

Painot ovat riippumattomia jakauman muodosta ja reagoivat ainoastaan jakaumien järjestykseen. V -arvon muuttuminen vaikuttaa näin ainoastaan painoon, jonka Lorenz-käyrällä sijaitsevat pisteet saavat. Käytännössä tulojakauman painotetun pään merkitys korostuu ja ei-painotetun vähenee. Paino itsessään on siis riippumaton jakaumasta ja termi $(1 - F)$ heijastaa vain tulojakaumien järjestystä. Suhteellinen gini-indeksi on näin käytännössä painotettu integraali Lorenz-käyrän alapuolella sijaitsevasta alueesta. (Yitzhaki 1983.)

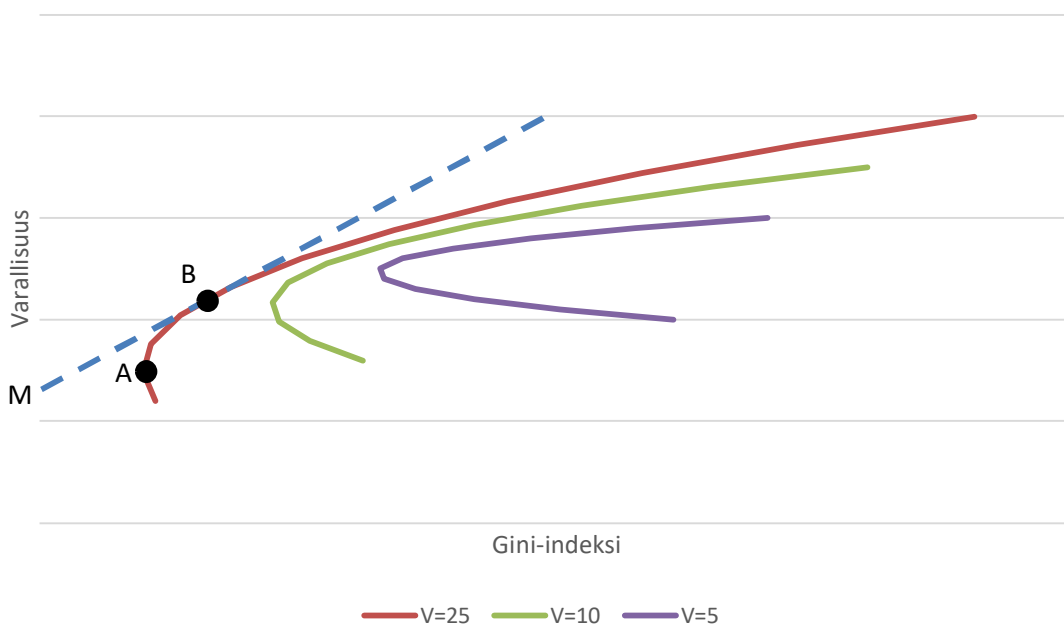
Indeksiarvo voidaan kuvata usealla eri tavalla. Eräs tapa on soveltaa puolikasta gini-kertoimen keskimääräisestä erotuksesta seuraavasti:
$$\Gamma = \frac{1}{2} \int_a^b \int_a^b |Y - y| f(y) f(Y) dy dY.$$
 Yhtälössä Y ja y ovat muuttujan Y havaintoja, $f(Y)$ Y :n tiheysfunktio, a jakauman alaraja ja b jakauman yläraja. Vaihtoehtoisesti indeksi voidaan esittää myös muodossa, missä
$$\Gamma = \int_a^b [1 - F(Y)] dY - \int_a^b [1 - F(Y)]^2 dY.$$
 Eräs mahdollinen muoto on myös seuraava:
$$\Gamma = E(Y) - a - \int_a^b [1 - F(Y)]^2 dY,$$
 a :n äärellisille arvoille. Yhtälöissä $F(Y)$ on muuttujan Y kumulatiivinen todennäköisyysjakauma. (Shalit & Yitzhaki 1984.) Yitzhaki (1982, 1983) ja Shalit & Yitzhaki (1984) kutsuvat em. gini-arvon ja tuoton muodostamaa suhdetta MG (mean-gini) -malliksi (vrt. mean-variance), millä termillä siihen viitataan jatkossa myös tässä tutkimuksessa.

Alempaa osittaismomenttia vastaavasti myös gini-kerrointa käyttäen muodostetaan tehokas rintama, jonka ulkopuolella ei ole sellaisia portfolioita, jotka tarjoaisivat korkeampaa tuottoa samalla riskitasolla tai pienempää riskiä samalla tuottotasolla. Rintaman muodostaminen etenee kuitenkin käytännössä tuoton kautta, jolloin jokaisella tuottotasolla eliminoidaan portfoliot, joilla on suurempi gini-arvo. (Shalit & Yitzhaki 1984.) Tarkempaan metodiin palataan jäljempänä itse futuurisuojausmallia koskevassa luvussa. Tuotto-varianssisuhteen optimoiva tehokas rintama on käytännössä yhtenevä gini-kertoimen avulla muodostetun tehokkaan rintaman kanssa, kun tuottojakauma on normaali, log-normaali, eksponentiaalinen tai tasajakauma. Tämä seuraa käytännössä siitä, että



varianssi ilmoittaa tuoton ja keskituoton erotusten neliöt eikä absoluuttisia erotuksia. (Yitzhaki 1983.)

Edellisessä luvussa esiteltiin FSD- ja SSD-ehtojen mukaiset rintamat. MG-rintama sisältyy niihin seuraavien ehtojen vallitessa. Kun F ja G ovat satunnaismuuttujia, on välttämätön ehto sille, että F dominoi G :tä, se että $E(R_F) \geq E(R_G)$ ja $E(R_F) - \Gamma(V_F) \geq E(R_G) - \Gamma(V_G)$. Jos F :llä ja G :llä on sama odotusarvo ja niiden kumulatiiviset todennäköisyysjakaumat risteävät vain kerran, on riittävä ehto F :n dominanssille suhteessa G :hen se, kun $E(R_F) - \Gamma(V_F) > E(R_G) - \Gamma(V_G)$. (Shalit & Yitzhaki 1984.)



Kuvio 12 Tehokas rintama varallisuuden ja gini-arvon funktiona

Oheisessa tehokkaassa rintamassa voidaan havaita sekä riskin minimointiin että odotetun hyödyn maksimointiin tähtäävät strategiat. Pisteessä A minimoituu gini-indeksi ja näin ollen siinä saavutetaan Kolbin ja Okunevin (1992) esittelemä stokastisesti dominantti minimiriskisuojaus. Pisteessä B, joka on tehokkaan rintaman ja sijoittajan varallisuusrajoitteen M tangentialipisteessä, saavutetaan puolestaan odotetun hyödyn maksimoiva allokaatio. Tehokkaan rintaman sijainti riippuu riskinkarttamisen asteen V suuruudesta. Varallisuusrajoite, joka toimii käytännössä indifferenssikäyränä, on kulmakertoimeltaan yksi. Tämä perustuu siihen, että mallin hyötyfunktioista, missä $U(R_h) = E(R_h) - \Gamma_v(R_h)$, saadaan derivoimalla indifferenssikäyrän arvoksi 1. (Kolb & Okunev 1993.) Käytännössä gini-indeksin saamaan arvoon eri v :n arvoilla vaikuttaa havaintojen sijainti eri päässä jakaumaa (a tai b) (Yitzhaki 1983). Edelliseen perustuen voidaan havaita MG-rintaman

muodon v:n eri arvoilla olevan samalla tavalla riippuvainen siitä, mihin päähän jakaumaa havainnot sijoittuvat voimakkaammin.

Gini-kerrointa riskin mittana käyttävä sijoittaja voi siis päättää, kumpaa jakauman päättää hän painottaa ja miten voimakkaasti. Sen käyttämisessä on lisäksi etuna se, että sen yhtäpitävyys stokastisen dominanssin kanssa ei ole rajattu normaalijakaumaan ja kvadraattiseen hyötyfunktioon kuten tuotto-varianssisuhdetta maksimoitaessa, vaan ainoa ehto on, että kumulatiiviset todennäköisyysjakaumat risteävät korkeintaan kerran. Tuotto-varianssisuojauksen voikin ajatella sisältyvän gini-kertoimella muodostettuun suojaukseen. Tällöin teoreettisesti, olettaen ettei mallien käyttöön liity minkäänlaisia kustannuksia, on gini-suojaus näistä kahdesta rationaalisempi vaihtoehto soveltaa.

3.3 Tuotto-riskisuhteen maksimoivan suojauksen luovat mallit

3.3.1 Sharpen maksimointi

Sharpen maksimointiin perustavan mallin pohjalla on sen luojien Howardin ja D’Antonion (1984) näkemys, että aiemmat pyrkimykset luoda tuotto-riskisuhteen huomioiva futuurisuojausmalli eivät ole tuottaneet realistista, käytännön suojauksessa hyödyllistä ratkaisua. Erääksi tällaiseksi epäonnistuneeksi yritykseksi he mainitsevat Andersonin ja Danthinen (1980) riskiaversiokertoimeen perustuvan mallin. He katsovat, että aiemmat mallit ovat olleet liian haastavia testata empiirisesti. Howard ja D’Antonio rakentavat mallinsa Sharpen suhdeluvun (josta tarkemmin luvussa 2.2) pohjalle, joka on jo aiemmin kehitetty portfolion riskinoton tehokkuuden mittaamiseen ja on tunnetusti käyttökelpoinen sovellutus.

Sharpen lukuhan saa, kuten jo aiemmin esitettiin, seuraavan muodon: $S_i = \frac{R_i - R_F}{\sigma_i}$.

Howardin ja D’Antonion mallin tehokkuutta mittaava yhtälö on käytännössä Sharpen suhdelukua vastaava: kohde-etuuden tuoton ja keskihajonnan tilalle sijoitetaan vain suojatun portfolion tuotto ja keskihajonta (kaava 6). Erona on myös, että Sharpen suhdelukua käytetään ex post yhdelle tai useammalle periodille, kun taas futuurisuojausmallilla toutetaan optimointi yhdelle periodille ex ante.

$$(6) \theta = \frac{E(R_P) - R_F}{\sigma_P}$$

Kun portfolio muodostetaan portfoliosta (tai kohde-etuudesta) ja sitä suojaavasta futuurista, voidaan parametrit $E(R_P)$ ja σ_P esittää kaavat 7–17 käsittävällä mallilla, kuten Howard ja D’Antonio (1984) esittävät. Aluksi määritetään odotettu tuotto ja varianssi:



$$(7) E(R_P) = \frac{W_S P_S E(R_S) + W_F P_F E(R_F)}{W_S P_S}$$

$$(8) \sigma_P = \frac{1}{W_S P_S} \sqrt{W_S^2 P_S^2 \sigma_S^2 + W_F^2 P_F^2 \sigma_F^2 + 2 W_S W_F P_S P_F \sigma_S \sigma_F \rho}$$

Alaindeksit s ja f tarkoittavat suojattavaa portfoliota ja suojaavaa futuuria, W kappalemäärää, P hintaa, R tuottoa ja ρ kohde-etuuden ja futuurin tuottojen korrelaatiota. Mikäli yksilöllä on varallisuusrajoite ja marginaalivaatimusta ei ole (mikä on mallin taustaoletus), on W_S määritelty vain varallisuuden ja parametrin P_S mukaisesti. Käytännössä se on siis vakio ja voidaan ajatella, että suojauksessa optimoidaan vain futuuriposition suuruutta suhteessa kohde-etuuteen. Tällöin mallin suojauskerroin määrittäytyy seuraavasti:

$$(9) \max_{W_F} \frac{E(R_P) - R_F}{\sigma_P}$$

Optimisuojaus vastaa siis Sharpen luvun mukaista tehokasta portfoliovalintaa. Edellisen kanssa täysin identtinen optimaalisen suojauksen kerroin voidaan käytännössä saavuttaa myös kuvion 8 avulla, ottamalla kulmakertoimien erotus pääomamarkkinasuorasta ja suorasta, joka kulkee portfolioiden S_1 ja S_2 läpi. Sijoittamalla parametrien $E(R_P)$ ja σ_P paikalle yhtälöt 7 ja 8 sekä derivoimalla yhtälö 9 W_F :n suhteen ja ratkaisemalla W_F :n optimi, saadaan esitys seuraavaan muotoon.

$$(10) W_F^* = W_S b^*$$

Yhtälöön pätevät seuraavat määritelmät.

$$(11) b^* = \frac{(\lambda - \rho)}{\gamma \pi (1 - \lambda \rho)}$$

$$(13) \lambda = \frac{\alpha}{\pi} = \frac{E(R_F)}{\sigma_F} \bigg/ \frac{E(R_S) - R_F}{\sigma_S}$$

$$(14) \pi = \frac{\sigma_F}{\sigma_S}$$

$$(15) \alpha = \frac{E(R_F)}{E(R_S) - R_F}$$

$$(16) \gamma = \frac{P_F}{P_S}$$

Käyttämällä hyväksi yhtälöitä 11–13 on mahdollista saada suojauksen tehokkuutta määrittävä termi HE (kaava 16).

$$(16) HE = \theta^* \bigg/ \frac{E(R_S) - R_F}{\sigma_S}$$

Termi θ^* on suurin saavutettavissa oleva kulmakerroin, kun $W_f = W_f^*$. Soveltamalla HE :n yhtälöön kaavoja 6–13 ja sieventämällä, päädytään alla olevaan esitykseen.

$$(17) HE = \sqrt{\frac{1 - 2\lambda\rho + \lambda^2}{1 - \rho^2}}$$

Parametri λ voidaan tulkita riskin ja ylituoton suhteeksi. Kun $\lambda > 1$, saadaan futuuripositioista suurempi määrä ylituottoa riskiyksikköä kohden verrattuna käteispositioon. Sitteen taas jos $\lambda < 1$, tarjoaa futuuripositio vähemmän ylituottoa riskiyksikköä kohden kuin käteispositio. Lisäksi futuuripositio on pitkä, kun ylituoton ja riskin suhde on korrelaatiota suurempi, sillä tällöin kaavan 11 mukaisesti $b^* > 0$ ja täten myös kaavan 10 vasen puoli, eli futuurin paino, on positiivinen. Luonnollisesti havaitaan, että korrelaation ollessa suurempi kuin riskin ja ylituoton suhde, päädytään tilanteeseen, jossa futuuripaino on negatiivinen, eli positio lyhyt. (Howard & D’Antonio 1984.)

Käytännössä vertailemalla riskin ja ylituoton suhdetta korrelaatiokertoimeen, on mahdollista tehdä arvio siitä kannattaako futuuri ostaa vai asettaa vai onko järkevämpää pysyä vain käteispositiossa. Howard ja D’Antonio (1984) nostavat käytännön esimerkiksi, että arvoilla $\rho = 75\%$ ja $\lambda = 55\%$, asettaa sijoittaja futuurin. Tällöin suojauksen tehokkuudeksi muodostuu $4,5\%$, mikä on myös prosenttiosuus, jolla portfolion ylituotto kasvaa.

Howard ja D’Antonio (1984) toteavat, että jopa tilanteessa, jossa kohde-etuuden ja futuurin välinen korrelaatio on nolla, mikä kohottaa basis-riskin merkittävälle tasolle, on mahdollista muodostaa tehokkuudeltaan hyvä suojaus. Tämä vaatii vain sen, että riskin ja ylituoton suhde poikkeaa merkittävästi nolasta. Suojauksen tehokkuus voi muodostua jopa korkeammaksi matalan korrelaation kuin korkean korrelaation tilanteessa, mutta vain mikäli $\lambda = \rho$. Käytännössä kohde-etuuden ja futuurin pohjana olevan hyödykkeen identtisuuden tavoittelu asettuu mallissa kyseenalaiseksi, sillä parametrien λ ja ρ suhde vaikuttaa siihen, onko se lopulta optimaalinen tuotto-riskimielessä.

3.3.2 HKL-malli

Hsinin ym. (1994) tutkimuksessaan esittelemä, tekijöidensä mukaan nimetty HKL-malli pyrkii tuotto-riskisuhteeltaan tehokkaan futuurisuojauksen muodostamiseen sijoittajan riskinkarttamisen astetta hyödyntämällä. Käytännössä mallin avulla voidaan heidän mukaansa muodostaa suojaus toteutettavaksi sekä futuureilla että optioilla. Sen pohja-ajatuksena on välttää niitä heikkouksia, joita liittyy Sharpen malliin (ks. luku 3.4). Mallin



sijoittajaan liittyvät oletukset ovat seuraavat: hänellä on negatiivis-eksponentiaalinen hyötyfunktio, hän maksimoi kokemaansa hyötyä ja on lisäksi absoluuttinen riskinkarttaja vakioisella kertoimella. Lisäksi mallissa oletetaan nollamarginaalivaatimus, tuottojen jakautuminen normaalisti ja pitkä sekä kiinteä valuuttaposition spot-markkinoilla. Optimaalisen suojauksen kerroin määräytyy edellisten oletusten vallitessa kaavan 18 mukaisesti.

$$(18) \underset{W_f}{Max} V[E(R), \sigma; A] = E(R_H) - \frac{1}{2} A \sigma_H^2$$

Alaindeksi H tarkoittaa kohde-etuuden ja futuurin muodostamaa portfoliota, termi A absoluuttisen riskinkarttamisen kerrointa ja W_f futuurien kappalemäärää. Jälkimmäinen voidaan ilmaista myös muodossa $(W_s b)$, missä b tarkoittaa suojaukskerrointa. Kaava 18 on odotetun hyödyn monotoninen ja kasvava funktio. V :n maksimointi vastaakin käytännössä odotetun hyödyn funktion maksimointia, kun hyötyfunktio on eksponentiaalista muotoa ja odotetut tuotot noudattavat normaalijakaumaa. Sijoittamalla $(W_s b)$ kaavaan 18, käyttämällä hyväksi portfolion varianssin kaavaa ja derivoimalla, saadaan suojaukskerroin yhtälön vasemmalle puolelle ja yhtälö seuraavaan muotoon. (Hsin ym. 1994.)

$$(19) b^* = \left(\frac{P_s}{P_f} \right) [E(R_f) / (A \sigma_f^2) - \rho \cdot \sigma_s / \sigma_f]$$

Optimaalinen futuurien kappalemäärä ja samalla futuuri- ja spot-position suhde saavutetaan, kun $W_f^* = W_s b^*$. Derivoimalla vielä b^* A :n suhteen, saadaan yhtälö, missä: $\frac{\partial b^*}{\partial A} = -1/A^2 [(P_s/P_f) \cdot E(R_f) / \sigma_f^2]$. Tulokseksi saadaan, että odotetun tuoton etumerkki vaihtuu. Tästä voidaan tehdä looginen johtopäätös, että jos futuurihinnan odotetaan nousevan, ottavat sijoittajat, joilla on matalampi A :n arvo (eli positiivisemmin riskiin suhtautuvat) pienemmän futuuriposition, kun taas korkeammalla A :n arvolla otetaan suurempi futuuripositio. Äärettömän korkea A tiivistäisi kaavan 19 seuraavaan muotoon: $-\left(\frac{P_s}{P_f}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_f^2}\right)$. On siis havaittavissa, että erittäin voimakkaasti riskiä karttavan ei kannata suojata positiotaan HKL-mallilla, sillä se ei eroa hänen tapauksessaan minimivarianssi-suojauksesta lainkaan. (Hsin ym. 1994.)

3.3.3 M-GSV-malli

Tuotto-GSV-mallin (myöhemmin M-GSV) pohjana on GSV-malli (generalized semivariance), joka pyrkii alemman osittaismomentin minimoimalla maksimoimaan sijoittajan odotetun hyödyn. Alempaa osittaismomenttia käytetään mallissa siis riskin mittana. M-GSV-malli on käytännössä GSV-malliin tehty laajennus. Mallit eroavat toisistaan siten, että edellinen ottaa optimoinnissa huomioon odotetun tuoton, kun taas jälkimmäinen ei.

M-GSV-mallin pohjana on myös Fishburnin (1977) esitys ns. α -t-malliksi kutsusta tuotto-riski-dominanssimallista, joka esiteltiin luvussa 3.2.1. Kyseinen malli perustuu havaintoon siitä, että päätöksentekijät tarkoittavat usein riskistä puhuessaan yksinkertaisesti sitä, että tuotto jää alle heidän asettamansa tavoitetuoton. Käytännössä mallin avulla voidaan muodostaa optimaalinen suojauskerroin sopivalle hyötyfunktioiden luokalle, olettaen että sellainen on olemassa (Lien & Tse 2000).

Tämän luvun alussa käsitellään selkeyden vuoksi pelkkää GSV-mallia, johon muodostavat siitä M-GSV-mallin muodostavat lisäykset. GSV-mallissa teoreettisena etuna suhteessa minimivarianssisuojaukseen on, että se minimoi riskin jakauman alkupäästä ja on lisäksi yhteneväinen odotetun hyödyn hypoteesin kanssa. Keskeisiä tekijöitä mallissa ovat alituottojen voimakkuus ja tavoitetuotto. Jälkimmäinen, joka joskus määritellään vain yksinkertaisesti odotetuksi tuotoksi, puolestaan määrittää sen, mikä katsotaan alituotoksi. Täten mallin suojakertoimen määrittävät muuttujat ovat tuottojakauma ja tavoitetuotto. (Lien & Tse 2000.) Käytännössä mallissa tavoitetuoton alittavat tuotot määritellään riskisiksi ja sen ylittävät ei-riskisiksi. Tavoitetuoton ylittävät tuotot jätetään näin mallissa huomiotta. (Chen ym. 2001.)

Palataan luvussa 3.2.1 esiteltyyn kaavaan 2: $LPM(\delta, n, R_h) = \int_{-\infty}^{\delta} (\delta - R_h)^n dG(R_h), n > 0$. Yhtälön δ , eli tavoitetuotto, liittyy sijoittajan optimismiin sijoituksen arvonkehityksen suhteen. Sen arvo voidaan valita mielivaltaisesti ja se voikin merkitä esimerkiksi yrityksen going concern -tuloksen kannalta katastrofaalista tuottotasoa, nol-latuottotasoa tai asetettujen tavoitteiden kannalta hyväksyttävää tuottoa. N-arvo puolestaan viittaa siihen, miten sijoittaja suhtautuu seurauksiin siitä, että toteutunut tuotto jää alle tavoitellun tuottotason δ , kun δ pysyy vakiona. Mitä enemmän sijoittaja karttaa suuria tappioita (δ :n määrittäessä voiton ja tappion rajan), sitä suurempi arvo on parametrilla n . Kun $n < 1$, dominoi riski varmaa tuottoa, kun taas jos $n > 1$, dominoi varma tuotto riskisijoitusta. (Fishburn 1977.) Käytännössä korkea n -arvo kasvattaa yhtälössä tappioille asetettua painoarvoa. Jos $n = 2$ ja $\delta = 0$, tuottaa yhtälö semivarianssin. (Lien & Tse 1998.)

Lien ja Tse (1998, 2000) lähestyvät suojauskertoimen löytämistä poistamalla sekä sijoittajan varallisuuden että ei-kaupattavissa olevan spot-position merkityksen. Edellisen huomioon ottavassa [yhtälössä](#) $W_1 = W_0 + (\Delta p + k\Delta f)Q = W_0 + (r_p + \theta r_f)p_0Q$ (kaava 20). Yhtälössä W_1 tarkoittaa varallisuutta erääntymispäivänä, kun sekä spot- että futuuripositio likvidoidaan, W_0 varallisuutta alkuhetkellä 0, k futuuriposition suuruutta, Q spot-position kokoa, $r_p = \Delta p/p_0$ ja $r_f = \Delta f/f_0$ spot- ja futuuripositioiden tuottoa sekä $\theta =$



kf_0/p_0 mukautettua suojauskerrointa. Yhtälön ratkaisemiseksi on erilaisia metodeja, joista käsittelemäni tutkimukset esittelevät analyttisen ja Kernelin metodin. Näitä metodeja ei kuitenkaan tarkastella lähemmin tämän tutkielman laajuudessa.

Valitsemalla optimaalisen θ -arvon, maksimoi sijoittaja hyötynsä $EU(W_1)$. Tuotto määrittyy kaavan 20 osasta $\Delta p + k\Delta f$ tai $r_p + \theta r_f$. Optimaalinen suojaus θ minimoi tällöin järjestyksessään n :nnen alemman osamomentin. (Lien & Tse 2000.) Keskityttäessä ainoastaan tuoton ($r_p + \theta r_f$) jakauman alempaan osittaismomenttiin, saadaan sen mukainen suojauskerroin varallisuuden W_1 suojauskertoimen sijaan ja alkuperäinen varallisuustaso W_0 sekä spot-position suuruus Q voidaan näin jättää huomiotta. Seurauksena n :s alempi osittaismomentti saadaan minimoitua seuraavalla yhtälöllä: $V_{\delta,n}(m) = E\{\left[\max(0, \delta - r_p - \theta r_f)\right]^n\}$ (kaava 21), missä $m = r_p + \theta r_f$. (Lien & Tse 1998, 2000.) GSV-mallissa n on, myöhemmin sovellettujen mallien (De Jong ym. 1997; Lien & Tse 2000; Chen ym. 2001) mukaisesti, mikä tahansa positiivinen kokonaisluku, kun Fishburinin (1977) mallissa se on määritelty rationaaliluvuksi (Chen ym. 2001).

Lien ja Tse (2000) esittävät GSV-mallin olevan stokastisesti dominantti, pohjautuen aiemmin esiteltyyn Bawan (1978) teoriaan, jossa odotetun hyödyn hypoteesi yhdistyy osittaismomenttien minimoimiseen. Bawa yleisti säännöksi, että n :nnen järjestyksluvun alempi osittaismomentti sopii yhteen $n+1$ järjestyksluvun stokastisen dominanssin kanssa. Lien ja Tse katsovat tämän pätevän 1.-3. järjestyksluvun stokastisten dominanssien kohdalla ja että tehokas futuurisuojaus sopivalle hyötyfunktioiden luokalle voidaan löytää, jos minimoidaan sitä vastaava alempi osittaismomentti satunnaisella tavoitetuoton tasolla. Chen ym. (2001) katsovat kuitenkin, että stokastisesti dominantti suojaus edellyttäisi mallin riippumattomuutta tavoitetuotosta, mikä ei välttämättä toteudu, sillä suojauskertoimet ovat GSV-mallissa yleensä toisistaan poikkeavia eri tavoitetuotoille.

Voidaan siis olettaa M-GSV-mallin olevan GSV-mallia edistyneempi versio, joka tuottaa sijoittajille riskipreferenssistä riippumatta paremman suojauksen. Mallin hyödyn maksimoivassa yhtälössä $U(R_h) = E(R_h) - V_{\delta,n}(R_h)$. Vähennettävä osa on GSV-mallin (kaava 21) mukainen. Käytännössä, kuten aiemmissa malleissa, tässäkin optimaalinen suojaus saadaan suurimmasta mahdollisesta tuoton ja riskikomponentin erotuksesta.

3.3.4 M-MEG-malli

Tuotto-gini-malli (*mean-mean-extended gini model*, jatkossa lyhyesti: M-MEG-malli) perustuu havaintoon siitä, että perinteisesti tuloerojen mittaamiseen käytetty gini-kerroin

voi olla hyödyllinen myös, kun tutkitaan päätöksentekoa epävarmuuden vallitessa. Malli on saatu kehittämällä eteenpäin Yitzhakin (1982, 1983) ja Shalitin ja Yitzhakin (1984) MG-mallia, joka esiteltiin luvussa 3.2.2. Kolb ja Okunev (1992) käyttävät termistä *mean-extended gini* lyhennystä EMG-malli, mutta selkeyden vuoksi tässä tutkielmassa käytetään vain lyhenteitä MG ja M-MEG. Jälkimmäinen on itse asiassa Chenin ym. (2003) käyttämä termi, Kolbin ja Okunevin puhuessa mallista odotetun hyödyn maksimoivana MG-mallina.

Gini-kerroin käyttäytyy monelta osin varianssin tavoin ja sitä voidaanakin hyödyntää tehokkaan rintaman löytämiseen tuotto-variانسsikehikkoa vastaavalla tavalla. Käytännössä gini-kerroin korvaa siis tehokkaassa rintamassa varianssin riskin mittana. M-MEG-mallin käyttöä suojauksessa, sen sijaan että minimoisi vain MG-arvon, tukevat Cheungin ym. (1990) optio- ja futuurisuojausta vertailevasta tutkimuksesta saadut empiiriset havainnot mallien eroista. Heidän analyysinsä viittaa siihen, että riskin minimoiminen gini-kertoimen avulla saattaa tuottaa virheellisiä tuloksia, mikäli kaksi tehokasta rintamaa risteää tuotto-ginisuhteeseen perustuvassa mallissa.

Shalit ja Yitzhaki (1984) johtavat MG-mallin luvussa 3.2.2 esitetystä epätasa-arvon indeksistä (kaava 4). He luovat siitä yleisen muodon, niin että $\Gamma(V) = \int_a^b [1 - F(y)] dy - \int_a^b [1 - F(y)]^v dy$ (kaava 22). Yhtälön termi a viittaa jakauman alarajaan, b jakauman ylärajaan, $F(y)$ on y :n kumulatiivinen tiheysfunktio ja v riskin karttamisen aste. Kuten luvussa 3.2.2 esitetyn perusteella tiedetään v -arvon vaikutuksesta gini-arvoon, pyrkivät myös riskinotosta puhuttaessa ne yksilöt maksimoimaan jakauman alapäätä, joiden v -arvo on suuri ($v > 2$) ja toisaalta ne, joiden v -arvo on matala ($v < 2$), maksimoivat jakauman yläpäätä. Kun v laskee alle yhden, ovat sijoittajat riskinrakastajia ja maksimoivat näin entistä enemmän jakauman yläpäätä. (Kolb & Okunev 1993.) Kolb ja Okunev eivät oleta sijoittajaa riskinkarttajaksi, toisin kuin Shalit ja Yitzhaki.

Käytännön sovelluksessa MG-mallista $\Gamma_{av}(R_h) = -v \operatorname{cov}\{R_h, [1 - F_h(R_h)]^{v-1}\}$ (kaava 23), missä R_h viittaa portfolion tuottoon. MG-kerroin on mahdollista laskea asettamalla aluksi portfoliotuotot järjestykseen pienimmästä suurimpaan. Tällöin kumuloitu tiheysfunktio asettuu muotoon $[1 - F(R_h)] = \frac{N - \text{järjestysluku}(R_h)}{N}$, jolloin $[1 - F(R_h)]^{v-1} = \frac{N - \text{järjestysluku}(R_h)^{v-1}}{N}$. (Shalit & Yitzhaki 1984.) MG-mallin suojauskerroin taas voidaan esittää osana yhtälöä: $R_{ht} = R_{st} + X_f R_{ft}$, missä R_{ht} on portfolion tuotto hetkellä t , R_{st} on kohde-etuuden tuotto hetkellä t , X_f on suojauskerroin ja R_{ft} on



futuurin tuotto prosentuaalisena muutoksena hetkellä t . Sijoittamalla yhtälö kaavan 23 R_h :n tilalle ja ratkaisemalla suojauskertoimen suhteen, päädytään yhtälöön, missä $X_f =$

$$\frac{-cov\{R_f, [1-F(R_h)]\}^{v-1}}{\frac{\partial cov\{R_f, [1-F(R_h)]^{v-1}\}}{\partial X_f}}. \text{ (Kolb \& Okunev 1992.)}$$

MG-malli laskee suojauskertoimen tuotto-gini-kertoimen ja joko odotetun tuoton, hintatason tai varallisuuden erotuksena. Tehokkaat arvot muodostavat MG-mallissa portfolioteoriaa vastaavan tehokkaan rintaman, jossa x-akselilla on MG-kerroin ja y-akselilla odotettu tuotto luvussa 3.2.2 kuvatun mukaisesti. (Kolb & Okunev 1993.) Käytännössä suojauskerroin X_f siis muodostuu sen suuruiseksi, että odotetun tuoton ja kaavan 23 erotus on suurin.

3.4 Malleissa havaitut rajoitteet

Tutkimuksessa esiteltävät futuurisuojausmallit perustuvat käytännössä oletukselle, että tuottojen hakeminen sopivalla futuuripositiolla on teoreettisesti mahdollista (puhdas martingaalisuus) ja/tai että spot- ja futuurituottojen yhteisjakauma ei ole normaali. Kaikissa malleissa on tästä syystä soveltamisrajoitteita, jotka liittyvät yleisesti futuurituottojen luonteeseen. Lisäksi osalla malleista on omia rajoitteita, jotka liittyvät niiden ominaispiirteisiin.

Sharpen maksimointiin perustuvan suojauksen kohdalla havaitaan jo pohtimalla Sharpen yhtälön luonnetta, että se perustuu tuotto-varianssisuhteeseen ja siten lähtökohteisesti optimoi suojauksen myös silloin, kun jakauma on normaali. Sen sijaan malli eroaa minimivarianssisuojauksesta vain, jos puhdas martingaalisuus ei toteudu (Hsin ym. 1994). Changin ja Shankerin (1986) mukaan Sharpen mallin mukaisen suojatun position ylituoton (kaava 6) ollessa positiivinen ja erotuksen $[E(R_s) - R_f]$ arvon negatiivinen, heikkenee estimoitu suojauksen tehokkuus sitä enemmän, mitä suurempi on ylituotto. Tällaisessa tilanteessa malli on tietysti täysin soveltamiskelvoton.

Myös Hsin ym. (1994) katsovat Sharpen yhtälön olevan usein pitämätön niiden empiiristen tutkimusten perusteella, jotka kohdistuvat valuuttakursseissa käytännössä havaittuihin liikkeisiin. Kaavan 10 yhtälön toisen derivaatan tulisi täyttää ehto $E(R_f) < [E(R_s) - R_f] \cdot k$, missä $k = [(\sigma_f/\sigma_s)\rho]$ ja se voidaan olettaa arvoltaan positiiviseksi. Yhtälö ei kuitenkaan päde silloin, kun sekä $E(R_f)$ että suojattavan tuotteen ylituotto, joka voidaan esittää muodossa $[E(R_s) - R_f]$, ovat molemmat joko positiivisia tai negatiivisia. Tätä tapahtuu markkinoilla käytännössä usein. Hsin ym. (1994) toteavat, että Sharpen

indeksiin liittyvät ongelmat johtuvat itse Sharpen indeksin käytöstä eivätkä Howardin ja D'Antonion (1986) tai Changin ja Shankerin (1986) muokkaukset onnistu korjaamaan ongelmaa. Sharpen yhtälöä tulisikin Hsinin ym. mukaan soveltaa vain, kun sekä suojattavan portfolion että suojatun portfolion ylituotot ovat positiivisia.

Myös HKL-malliin pätee edellinen martingaalisuusehto, minkä lisäksi sen yhtälöstä (kaava 18) voidaan havaita, että ääretöntä lähestyvä riskin karttamisen aste johtaisi optimaalisen suojauksen typistymiseen muotoon, missä $b^* = -(P_S/P_F) \cdot (\sigma_S/\sigma_F^2)$. Tämä on käytännössä identtinen optimaalisen minimivarianssisuojauksen kanssa, kuten voidaan havaita vertaamalla sitä kaavaan 1. (Hsin ym. 1994.)

M-GSV- ja M-MEG -mallien täytyy täyttää kahta edellistä enemmän ehtoja toimiakseen tarkoituksenmukaisesti suojauksen optimoinnissa. M-GSV-mallin mukainen suojaus *ei ole* yhteneväinen minimivarianssisuojauksen kanssa, jos futuurihinta *ei* seuraa puhdasta martingaaliprosessia ja tuottojen yhteisjakauma *ei ole* normaali. Jos vain ehto yhteisjakauman ei-normaalisuudesta täyttyy, vastaa malli sen pohjalla olevaa GSV-mallia. Tällöin minimivarianssisuojausta tehokkaampi riskin minimointi on yhä mahdollista saavuttaa. Lisäksi voidaan havaita tilanteessa, jossa $n = 2$, eli riskin mittarina on semivarianssi ja tuotot seuraavat puhdasta martingaaliprosessia, että mikäli tuotot ovat jakautuneet symmetrisesti tavoitetuoton molemmiin puolin, ovat sekä GSV- että tuotto-GSV-malli yhteneväisiä minimivarianssisuojauksen kanssa. (Chen ym. 2001.)

M-MEG-mallin optimaalisuutta suhteessa minimivarianssisuojaukseen rajoittavat samat yhteisjakauman normaalisuuteen ja puhtaaseen martingaalisuuteen liittyvät markkinatekijät kuin M-GSV-malliakin. Lisäksi minimivarianssisuojaus ja tuotto-riskisuhteen maksimoiva suojaus vastaavat toisiaan, jos sijoittaja on voimakkaasti riskiä karttava. Tällöin kuvion 12 mukainen rintama on jyrkkä ja riskin minimoiva piste risteää indifferenssikäyrän kanssa. (Kolb & Okunev 1993.) Lisäksi jos sijoittajan hyötyfunktio on kvadraattinen, vastaa MG-mallista saatu hyöty tuotto-varianssisuhteeltaan tehokasta suojausta. (Shalit 1995).

Taulukko 1 Suojausmallin typistyminen minimivarianssisuojaukseksi

| Suojausmalli | Ehto, jolla malli vastaa minimivarianssisuojausta |
|---------------------|---|
| Sharpen maksimointi | Puhdas martingaalisuus |
| HKL-malli | Puhdas martingaalisuus |
| M-GSV-malli | Puhdas martingaalisuus ja yhteisjakauman normaalisuus |
| M-MEG-malli | Puhdas martingaalisuus ja yhteisjakauman normaalisuus |
| GSV-malli | Yhteisjakauman normaalisuus |
| MG-malli | Yhteisjakauman normaalisuus |



Yllä tiivistelmä ehdoista, joilla eri mallit vastaavat minimivarianssisuojausta. Voidaan havaita, että M-GSV-malli ja M-MEG-malli säilyttävät osittain käyttökelpoisuutensa, vaikka tuotot seuraisivat puhdasta martingaaliprosessia: mallien riskiä minimoiva osuus voi yhä tuottaa optimaalisen suojauksen, jos tuottojen yhteisjakauman normaalisuus ei ole voimassa. Sen sijaan, kun puhtaan martingaalisuuden lisäksi yhteisjakauma on normaali, menettävät nämä mallit kokonaan merkityksensä. Ne ovat tällöin ainoastaan monimutkaisempi ja mahdollisesti myös enemmän kustannuksia synnyttävä tapa toteuttaa minimivarianssisuojaus. Sharpen luvun maksimoivaan malliin tai HKL-malliin jakauman muodolla ei taas ole sellaista vaikutusta, joka heikentäisi niiden arvoa suhteessa minimivarianssisuojaukseen.

4 TEHOKAS SUOJAUS EMPIIRISEN TUTKIMUKSEN VALOSSA

4.1 Yleiset futuurisuojausten tutkimiseen liittyvät rajoitteet

Jotkin markkinoihin tai futuureihin instrumenttina liittyvät tekniset tekijät voivat vaikuttaa tutkimustulosten luotettavuuteen. Ensinnäkin, kuten aiemmin on tullut esille, kaikkien tutkimuksessa käsiteltävien mallien suojauskerroin on yhteneväinen minimivarianssisuojauksen kanssa, mikäli tuotot seuraavat puhdasta martingaaliprosessia ja spot- ja futuurihintojen yhteisjakauma on normaali. Martingaalisuushypoteesin toteutuminen tarkoittaisi sitä, että odotetulla tuotolla ei olisi merkitystä. Yhteisjakauman normaalisuudesta seuraisi puolestaan, että sijoittajan hyötyfunktio ei olisi merkitsevä tekijä suojauksen optimoinnissa. (Chen ym. 2008.) Mallista riippuen joko toisen tai molempien hypoteesien toteutumisella on merkitystä sovellettavuuden kannalta.

Tuloksissa voi ilmetä vaihtelua riippuen myös siitä, millaiselle sijoitushorisontille suojaus on tehty. Chen ym. (2004) huomasivat tuloksen riippuvan suojauksen ajallisesta pituudesta. Heidän tutkimuksensa mukaan minimivarianssisuojaus on sitä tehokkaampi, mitä lähempänä futuurisopimuksen toteutuspäivä on, ja että se lopulta lähestyi ns. *naïve*-suojausta, jossa futuurisopimus kattaa täysin kohde-etuuden arvon. Lisäksi otoskoon on oltava suuri tutkittaessa jakauman muotoa. Granger ja Orr (1972) toteavat, että jakauman hännistä saadaan luotettavia tuloksia vasta otoskoon ollessa yli tuhat.

Eri hyödykkeissä havaittavat erot voivat selittyä mm. sillä, että toisissa (esim. kupari) spot-hinta ylittää yleensä futuurihinnan, kun taas toisissa alittaa (esim. maissi, kulta, S&P 500 -indeksi) (Kolb & Okunev 1992). Ederington ja Salas (2008) tutkivat kyseistä ilmiötä liittyen joidenkin hyödykefutuuriin spot-hintojen osittain ennustettavaan hintamuutokseen, mitä edustavat mm. viljanhinnan lasku sadonkorjuu-aikaan ja energiahintojen nousu talviaikaan. Edeltävä tutkimus on heidän mukaansa osoittanut, että minimivarianssisuojaus on odotetusta nousevasta tai laskevasta tuotosta huolimatta harhaton.

Martinez ja Torro (2015) havaitsivat, että varianssin minimoiva suojauskerroin on merkittävästi tehokkaampi, kun säännönmukaisia kausivaihteluita estimoidaan sellaisilla basiksen arvoilla, joissa on käytetty viivettä. Havainto piti niin lyhyemmillä kuin pidemmälläkin suojauksilla. Ederington ja Salas (2008) kuitenkin huomasivat, että maakaasun spot-hinnoissa esiintyvät kausittaiset vaihtelut aiheuttavat minimivarianssisuojauksen regressioon tehottomuutta. Ennusteet riskistä olivat vääristyneitä ylöspäin ja ennusteet prosentuaalisesta riskin vähennyksestä vääristyneitä alaspäin. Tätä kyettiin parantamaan



hieman ottamalla kausivaihtelut mukaan regressioon ja vielä merkittävämmiin sisällyttämällä suojauskertoimen regressioon senhetkisen spot-futuuri-spreadin. He katsoivat samanlaisten tulosten olevan odotettavia myös muilla sellaisilla markkinoilla, joilla tulevat spot-hinnat ovat osittain ennustettavissa.

Fama ja French (1987) saivat ei (ei-energia) hyödykefutuurien basista koskevassa tutkimuksessaan seuraavan tuloksen: Kahdeksan kymmenestä sellaisen hyödykefutuurin, joilla oli havaittavissa kausivaihtelua basiksessa, kohdalla voitiin huomata ennustevoi-
maa basikseen liittyen. Koska kausivaihtelua ei ole otettu huomioon muissakaan tässä tutkimuksessa käsiteltävissä malleissa, on mahdollista, että hyödykefutuurien kohdalla kyseinen ilmiö voi vaikuttaa tuloksiin.

Myös futuurisopimuksen lyhytaikaisuus voi aiheuttaa eroja tuloksissa. Eri tutkimuk-
sissa on käytetty sekä aikasarjoja, jotka ovat jatkuvia, että strategiaa nimeltä roll-over-
hedging (rullaaminen) menetelmällä, jossa useasta lyhytaikaisesta futuurisopimuksesta muodostetaan pitkä aikasarja. Tämä on usein välttämätöntä, sillä pidempiä maturiteetteja ei ole tarjolla. Käytännössä kyseistä menetelmää käyttäen lähekkäin olevista eri maturi-
teetin futuureista muodostetaan portfolio. (Yufang ym. 2014.) Esim. Lien ja Tse (1998) sovelsivat rullausstrategiaa, jossa käytettiin lähimmän sopimuskuukauden sulkemishintaa ja sopimus vaihdettiin toiseen noin 10 päivää ennen maturiteettia. Lien ja Luo (1993) taas havaitsivat, että optimaalinen suojauskerroin ensin kasvaa ja sitten laskee maturiteetin lähestyessä.

Toisaalta taas Gardner (1989) sai soijapapu-, maissi- ja puuvillafutuureja analysoi-
valla tutkimuksella tulokseksi, että rullaus ei välttämättä vääristä suojausta merkittävästi verrattuna pitkän maturiteetin sopimusten käyttöön. Yleisesti futuureihin liittyvä rahoit-
usteoria kuitenkin osoittaa, että sijoittaja aloittaa suojausperiodin alussa hetkellä t suu-
rella suojauskertoimella ja valitsee lähempänä maturiteettia T pienemmän suojauskerto-
imen, mikäli suojaus voidaan tehdä yhdellä futuurisopimuksella (Lien & Tse 2002). Em.
artikkeleiden valossa on mahdollista, että futuurien rullaaminen vaikuttaa tuloksiin koh-
talaisesti.

Suojauksen pituus saattaa myös vaikuttaa suojauskertoimeen. Chen ym. (2004) huo-
masivat vertaillen lyhyempiä ja pidempiä suojauksia erilaisilla hyödykefutuureilla,
että minimivarianssisuojauksen kerroin läheni arvoa 1 ja suojauksen tehokkuus kasvoi
suojaushorisontin pituuden kasvaessa. Kyseinen tulos oli keskimäärin vahvempi osake-
indeksifutuureilla ja heikompi hyödykkeillä. Saatu suojaus oli lisäksi niin lähellä naïve-
suojausta, että heidän mukaansa pitkällä periodilla suojauskertoimen määrittäminen on

hyödytöntä. Arvioitaessa suojauksen pituuden merkitystä käytetään tässä tutkimuksessa Chenin ym. (2008) jakoa, jossa lyhyen suojausperiodin kesto on alle neljä viikkoa ja pitkän vähintään neljä viikkoa. Näin tulokset voidaan jakaa karkeasti maturiteetin mukaan ja havaita, onko sen perusteella mahdollista antaa eriäviä arvioita hypoteesien paikkansapitävyydestä.

4.2 Yhteisjakauman normaalisuutta ja puhdasta martingaalisuutta koskevien oletusten paikkansapitävyys empirian valossa

Tutkielmassa esiteltyjen futuurisuojausmallien sovellettavuuden pohjana, tilanteessa, jossa halutaan näiden tuovan lisäarvoa suhteessa minimivarianssisuojaukseen, on spot- ja futuurihintojen yhteisjakauman normaalisuuden ja puhtaan martingaalisuuden hypoteesien paikkansapitämättömyys. Kyseisistä hypoteeseista on tehty tutkimuksia, niin osana jonkin tietyn futuurisuojausmallin testausta kuin myös puhtaasti niiden pitävyyden arvioimiseksi. Tutkimusten määrä on rajallinen, mutta kuitenkin riittävä taatakseen mahdollisuuden esittää ainakin maltillisia ja suuntaa-antavia arvioita.

Shrestha ym. (2017) tutkivat hypoteesien paikkansa pitävyyttä käyttäen energiahyödykkeiden hintoja. Tarkasteltavana olivat raakaöljyn, lämmitysöljyn ja maakaasun hinnat viidelle eri sijoitushorisontille (yhdestä päivästä 12 viikkoon). Otokoot olivat 5000 ja 10000 havainnon väliltä. He saivat tulokseksi, että puhtaan martingaalisuuden hypoteesi pätee kaikille hyödykkeille ja sijoitushorisonteille. Yhteisjakaumien normalisuus puolestaan ei toteutunut yhdenkään hyödykkeen kohdalla.

Chen ym. (2008) käyttivät hypoteesien oikeellisuuden selvittämiseen 25 eri futuurisopimusta (hyödyke-, valuutta- ja osakeindeksifutuuureita) viidellä eri maturiteetilla (1-12 viikkoa). Otokoot liikkuvat 1700 ja 5000 havainnon välillä. He saivat tulokseksi, että jokaisella viidestä eri maturiteetista tuotot seurasivat puhdasta martingaaliprosessia kaikkien paitsi kolmen futuurisopimuksen kohdalla. Poikkeukset olivat yksinomaan osakeindeksifutuuureja. Kaikkiaan tutkittavassa datassa oli kuusi osakeindeksifutuuria, jolloin siis niistä 50 %:n kohdalla hypoteesi hylättiin. Jokaisella futuurisopimuksella, jonka kohdalla tulos oli hyväksyvä, oli se sitä myös jokaisella maturiteetilla. Sama päti myös niihin kolmeen futuuriin, joiden tulos oli päinvastainen: hypoteesi hylättiin jokaisella viidellä eri maturiteetilla.

Yhteisjakauman normaalisuuden hypoteesia arvioitiin samassa tutkimuksessa käyttämällä kahta eri testiä. Käytetty data ja otoskoko olivat samat kuin martingaalisuudenkin kohdalla. Lyhyillä suojausperiodeilla (yksi päivä ja yksi viikko) toinen testeistä antoi



yhden osakeindeksifutuurin (TSE35) kohdalla tuloksen, että normaalisuushypoteesi on voimassa. Muiden futuurien kohdalla hypoteesi hylättiin molemmilla testeillä. Chen ym. katsovat merkitseväksi tulokseksi ainoastaan sellaisen, jossa molemmat testit hyväksyvät nollahypoteesin. Heidän mukaansa hypoteesilla on taipumus tulla hylätyksi kaikilla futuurisopimuksilla, kun kyse on suhteellisen lyhyistä suojaushorisonteista.

Pitkillä suojausperiodeilla (vähintään neljä viikkoa) normaalisuushypoteesi hyväksyttiin yhdeksän eri futuurin kohdalla koskien ainakin yhtä maturiteettia. Osalla kaikki kolme maturiteettia tuottivat hyväksyvän tuloksen. Futuureihin kuului niin hyödyke-, osakeindeksi-, kuin valuuttafutuureitakin. Jäljelle jääneiden 16 futuurin kohdalla joko toinen tai kumpikaan testeistä ei tuottanut yhdelläkään maturiteetilla nollahypoteesin hyväksyvää tulosta.

Lien ja Tse (1998) puolestaan analysoivat futuurien päivähintojen muutoksia. He saivat osana tutkimustaan tulokseksi, että yhteisjakauman normaalisuus ei toteudu futuuri-markkinoilla. Aineisto koostui Nikkei-osakeindeksifutuureista, otoskoon ollessa 1861 kappaletta.

Chen ym. (2001) tutkivat oletusten paikkansapitävyyttä, verraten samalla M-GSV-mallia useampaan muuhun malliin viikon pituisella suojausperiodilla. Martingaalaisuutta ja jakaumaa testattiin S&P 500 -indeksin futuurilla. Chen ym. korostavat, että S&P 500:lla tehtyä tutkimusta ei voi pitää täysin Lienin ja Tsen (1998) Nikkei-indeksin futuureilla tekemää analyysia vastaavana, sillä edellinen on arvopainotettu ja jälkimmäinen hintapainotettu indeksi. Chenin ym. otoskoko on vain 490 havaintoa, mitä voidaan pitää varsin pienenä suhteessa Grangerin ja Orrin (1972) suosittelemaan yli 1000 havainnon otoskookoon. Toisaalta, toisin kuin monessa muussa, kyseisessä tutkimuksessa ei ole rulattu futuureita, vaan käytetty aikasarjoina todellisia futuurisopimuksia, mikä osaltaan lisää hieman tulosten luotettavuutta. Tutkimuksen tulokseksi tuli, että martingaalisuustesti antaa odotetuksi tuotoksi positiivisen arvon ($\neq 0$). Yhteisjakauman normaalisuus puolestaan todettiin ei-pitäväksi kahdella eri testillä, jotka olivat merkitseviä 0,5 %:n tasolla. Sekä puhtaan martingaalisuuden että yhteisjakauman normaalisuuden hypoteesi siis hylättiin heidän tutkimuksessaan.

Helmsin ja Martellin (1985) tutkimuksen mukaan yhteisjakauma ei ole normaali sen enempää logaritmisilla kuin normaaleillaakaan tuotoilla. He hyödynsivät tutkimuksessaan maataloushyödykkeitä, rahoitusinstrumentteja, joukkovelkakirjoja ja valtion asuntolainoja kohde-etuutenaan käyttäviä futuurisopimuksia. Otoskoot vaihtelivat 700 ja 8000

välillä, suurimman osan ollessa yli 1000 kappaletta. Sopimukset olivat luonteeltaan ”kaupankäynnistä kaupankäyntiin”, jolloin niiden pituus käytännössä vaihteli.

Lien ja Shrestha (2010) taas saivat futuurien päivätuottoja analysoimalla tulokseksi, että normaalisuushypoteesi hylättiin 1 % merkitsevyystasolla kaikilla 22 heidän käyttämällään kohde-etuudella. Otokoot vaihtelivat noin 2000 ja 6000 välillä. Futuurisopimukset käsittivät osakeindeksejä, maataloustuotteita, jalometalleja ja valuuttoja.

Ottaen huomioon erilaiset futuuritutkimukseen liittyvät epävarmuustekijät sekä muut sille luonteenomaiset piirteet (joita käsiteltiin tarkemmin luvussa 4.1), kootaan erilaiset tulokset sekä kokonaisuutena että yksityiskohtaisemmin, käytännössä siis kohde-etuus- ja maturiteettikohtaisesti. Yksityiskohtaisempi tarkastelu antaa todennäköisesti paremman kuvan siitä, missä tilanteissa erilaisia suojauksia on rationaalista käyttää, mutta toisaalta pienempi otanta myös tekee tuloksista virhealttiimpia.

Puhdasta martingaalaisuutta tarkasteltaessa yleiskuva hypoteesin paikkansapitävyydestä jää epäselväksi: yksi tutkimuksista tukee sitä, toinen ei tue ja kolmas tukee osittain. Tulokset ovat kuitenkin tosiasiaa tätä johdonmukaisempia, kun tarkastelussa siirrytään yksityiskohtaisemmalle tasolle. Eri suojaushorisonttien kohdalla saadut tulokset ovat sekä puolesta että vastaan. Kohde-etuuksien välillä sen sijaan ilmenee johdonmukaisia eroja. Jokaisessa tutkimuksessa kohde-etuuskohtaiset tulokset ovat joko hypoteesin hylkääviä tai hyväksyviä maturiteetista riippumatta. Käytännössä hylkäävä tulos saatiin ainoastaan osakeindeksifutuurien kohdalla, kun muut kohde-etuudet antoivat järjestään hyväksyvän tuloksen.

Kun ainoat poikkeukset hypoteesin hyväksymisestä liittyvät osakeindeksifutuuereihin, on todennäköisempää, että lyhyiden ja pitkien suojaushorisonttien välillä ei ole merkittävää eroa, vaan kohde-etuus selittää suurelta osin eroja tuloksissa. Chenin ym. (2001) tutkimus antoi tulokseksi, että hypoteesi ei päde osakeindeksifutuuereilla (S&P 500). Lisäksi lyhyillä ja pitkillä sopimuksilla toteutetun Chenin ym. (2008) tutkimuksen mukaan hypoteesi ei päde puolella osakeindeksifutuuereista, suojaushorisontista riippumatta. Myös sillä puoliskolla, jolla hypoteesi päti, oli tulos suojauksen pituudesta riippumaton.

Käytännössä suojaushorisontilla ei vaikuta kyseisten kolmen tutkimuksen perusteella olevan merkitystä martingaalisuuden kannalta. Ainoat ristiriitaisuudet liittyvätkin näin ollen osakeindeksifutuuereihin, joiden tuloksesta ei voida esittää kovin voimakasta tulkintaa suuntaan eikä toiseen, sillä suuremmalla futuurisopimusten määrällä toteutettu Chenin ym. (2008) tutkimus tukee hypoteesia vain 50 %:sti. Toisaalta muiden tutkittujen kohde-



etuuksien futuurisopimusten kohdalla puhtaan martingaalisuuden hypoteesi hyväksyttiin ilman poikkeusta.

Näin ollen tulosta voi pitää suuntaa antavana sen suhteen, että hypoteesi ei todennäköisesti päde samalla tavalla kaikilla kohde-etuuksilla, vaan on hyvin futuurityypikohtainen. Tulokset poikkeavat siis toisistaan niin, että valuuttojen, energian ja hyödykkeiden kohdalla nollahypoteesi tulisi todennäköisemmin hyväksyä ja osakeindeksifutuurien kohdalla hylätä, kun taas sijoitushorisontilla ei todennäköisesti ole merkitsevää vaikutusta siihen. Asia vaatisi kuitenkin lisätutkimusta etenkin osakeindeksifutuurien suhteen.

Normaalisuushypoteesitutkimuksia on hieman useampia kuin puhdasta martingaalisuutta käsitteleviä. Kaikkiaan normaalisuutta on tutkittu kuudessa tutkimuksessa, joista hypoteesi hylättiin viidessä yksiselitteisesti ja hyväksyttiin yhdessä pieneltä osin. Yleisesti normaalisuushypoteesin toteutuminen on siis epätodennäköistä. Koska tuloksissa on hajontaa, tutkimuksia on kuitenkin syytä tarkastella myös maturiteetin perusteella Chenin ym. (2004) esittämän jaon mukaisesti sekä lisäksi sopimustyypeittäin.

Normaalisuushypoteesia osittain tukeva Chenin ym. (2008) tutkimus käsittelee erityyppisiä futuurisopimuksia ja maturiteetteja kaikista tutkimuksista laajimmin, minkä vuoksi sille on annettava enemmän painoarvoa, kuin mitä yhdelle tutkimukselle olisi muutoin mielekästä antaa. Tutkimus antaa osviittaa, että lyhyillä horisonteilla normaalisuushypoteesi tulisi hylätä. Pidemmällä suojauksilla tulokseksi muodostui yli kolmasosalla futuureista, että normaalisuushypoteesi toteutuu 1 – 3 maturiteetin kohdalla. Toisaalta kääntäen lähes kahden kolmasosan kohdalla normaalisuushypoteesi hylättiin kaikilla maturiteeteilla.

Käytännössä siis pitkillä horisonteilla normaalisuushypoteesin toteutuminen futuuri-markkinoilla on, Chenin ym. (2008) tutkimuksen perusteella arvioitaessa, mahdollinen asiantila. Tulokset vaihtelevat hypoteesin hylkäämisen ja hyväksymisen välillä täysin futuurityypistä riippumatta. Normaalisuushypoteesin toteutumista ei voida näin rajata vain tiettyihin kohde-etuuksiin, kuten puhtaan martingaalisuuden kohdalla vaikuttaisi olevan rationaalisinta tehdä.

Siinä missä Chenin ym. (2008) tutkimuksen lyhyitä horisontteja koskeva tulos vahvistaa käsitystä, että normaalisuushypoteesi tulisi hylätä kaikilla yleisimmillä futuurikategorioilla (osakeindeksi-, valuutta- ja hyödykefutuureilla), asettaa pitkien horisonttien tulos pohdittavaksi kysymyksen, voisiko normaalisuushypoteesi olla voimassa kaikilla kategorioilla? Helmsin ja Martellin (1985) tutkimus käsitteli vieraan pääoman instrumentteihin pohjautuvia futuurisopimuksia, mikä voi selittää osaltaan eroa tuloksissa.

Shresthan ym. (2017) tutkimuksessa taas raakaöljy on ainoa hyödyke, jolle löytyy vastinpari Chenin ym. (2008) tutkimuksesta. Käytännössä useamman eri tutkimuksen vahvistamaa tulosta ei siis saada useimmille futuurityypeille.

Kolmen pitkiä sopimuksia käsitelleen tutkimuksen osittainen poikkeavuus futuurityypeissä sekä toisistaan eriävät tulokset johtavat siihen, ettei erityisen vahvojen tulkin-tojen esittäminen ole mielekäästä. Vaikka yksikään tutkimus ei täysin hyväksy nollahypoteesia, voidaan silti ajatella, että Chenin ym. (2008) tutkimuksen laajuus ja kohde-etuuk-sien monipuolisuus jättävät perustellun epäilyksen, että normaalisuushypoteesi voi silti olla paikkansapitävä pitkällä sopimuksilla.

4.3 Mallien suhde empiiriseen tutkimukseen

Mallien keskinäinen vertailu on käytännössä hankalaa, sillä tuotto-riskisuhteen maksimoinnista huolimatta ne toimivat toisistaan poikkeavilla periaatteilla. HKL- M-GSV, M-MEG -mallit eivät noudata samaa riskinkarttamisen kerrointa. Siinä missä HKL-mallissa se perustuu lineaariseen absoluuttisen riskinkarttamisen (ARA) kertoimeen, ovat ne kahdessa muussa mallissa eksponentiaalisia ja määrittävät mallien sisäisen logiikan mukaisesti. Myöskään kahden jälkimmäisen mallin kohdalla riskinkarttamisen asteet eivät ole verrannollisia keskenään (Chen ym. 2001). On siis havaittavissa, että malleilla saatujen tulosten vertailu on vaikeaa. Käytännössä mikäli olisi olemassa sellaista tutkimusta, joka tarjoaisi vertailupohjan, jonka avulla eri mallien riskinkarttamisen asteet voisi asettaa jollain loogisella perusteella toisiaan vastaaviksi, olisi näiden suora vertailu empiiristen tulosten valossa mahdollista. Tämänhetkinen tutkimus ei kuitenkaan tarjoa tällaista.

Malleja on kuitenkin mahdollista vertailla jossain määrin tarkastelemalla niiden teoreettisia ja empiirisen tutkimuksen esille tuomia ominaispiirteitä. Futuurimarkkinoilla havaittu tuottojakauma voi tukea eri tavalla eri mallien hyödyllisyyttä. Sharpen- ja HKL-malli perustuvat normaalijakaumaan, mutta kaksi muuta mallia taas voivat ominaisuuksiltaan tarjota sijoittajalle potentiaalisesti tehokkaamman suojauksen jollakin riskinkarttamisen tasolla. Näin toteutettu analyysi on toki korkeintaan suuntaa antava ja varsinaisen empiirisen vertailun puuttuessa jättää monia avonaisia kysymyksiä.

Kolb ja Okunev (1993) havaitsivat M-MEG-mallin suojauskertoimen olevan pitkälle yhtenevä minimivarianssisuojauksen kanssa korkeilla riskinkarttamisen asteilla. Toisaalta Kolb ja Okunev (1992) huomasivat, että MG-mallin suojaus on lähellä minimivarianssisuojausta matalilla riskinkarttamisen asteilla, mutta etäämpänä korkeammilla. Intuiivisesti tulokset vaikuttavat ristiriitaisilta, sillä korkealla riskinkarttamisen asteella



M-MEG-malli käytännössä lähinnä minimoi MG:n mukaista riskiä. Kyseisiin tuloksiin voidaan paitsi suhtautua varauksella, myös ottaa ne esimerkkinä siitä, kuinka yksittäisissä tutkimuksissa tulokset voivat vaihdella merkittävästi, riippuen erinäisistä suojauksen toteutukseen ja sen kohteeseen liittyvistä tekijöistä.

Chenin ym. (2001) tutkimuksessa vertailtiin eri malleja S&P 500 -indeksifutuurille tehdyllä suojauksella, käyttämällä ei-rullattuja aikasarjoja. M-MEG-mallin suojakerroin saavutti kiinteän ja lähellä minimivarianssia olevan arvon riskiaversion kasvaessa tarpeeksi suureksi. Myös M-GSV-mallin kerroin saavutti kiinteän, mutta selvästi minimivarianssisuojaukselta korkeamman arvon. Mallien suora vertailu ei ole mahdollista, koska riskiaversiot eivät vastaa toisiaan ja M-GSV-mallissa on asetettava tavoitetuotto, johon Chen ym. määrittelyongelman vuoksi sovelsivat seuraavia vaihtoehtoja: $\delta = E(r)$ ja $\delta = 0$. Näistä molempien kohdalla suojaukskerroin käyttäytyi hyvin samansuuntaisesti. Vaikka näin saatu vertailu ei päde vertailtaessa samoja arvoja keskenään, voidaan kuitenkin tuloksista havaita malleja koskevat suuntaviivat: M-GSV-malli johtaa selkeästi pienempään suojauskertoimeen heti, kun riskinkarttamisen aste nousee yli kahden.

Toisaalta Chen ym. (2001) toteavat, että empirian valossa realistisin riskinkarttamisen aste on mallin tapauksessa kaksi tai pienempi. Malleja koskevat erot ovat kuitenkin selvät: siinä missä M-GSV erkanee kauemmas minimivarianssijauksen mukaisesta kertoimesta riskinkarttamisen laskiessa, lähenee M-MEG taas hidastuen sitä ja nousee arvon $v = 30$ jälkeen hieman sen yläpuolelle. Saavuttaessa kohti riskinkarttamisen ja riskineutraaliuden rajaa, jossa $v = 1,25$ (pohjautuen Kolbin ja Okunevin (1993) havaintoon, että M-MEG-kerroin kääntyy negatiiviseksi kun $v = 1,24$), laskee M-GSV selvästi minimivarianssikertoimen alle ja myös M-MEG-kertoimen alle. Jälkimmäisen suhde minimivarianssikertoimeen on selvästi helpommin ymmärrettävissä, sen tuottaessa pienemmän suojauskertoimen pienemmällä v :n arvolla ja hieman suuremman korkealla arvolla.

Chenin ym. (2001) tutkimuksen mukaan HKL-malli alkaa lähestyä minimivarianssijaukselta riskinkarttamisen asteen noustessa yli kolmen. He toteavatkin tämän olevan odotettu tulos tuoton menettäessä merkitystään. Riskinkarttamisen asteen lähestyessä nolaa alkaa ero minimivarianssikertoimeen kasvaa jyrkästi, kuten yhtälön muodostakin voi päätellä. Heidän tutkimuksessaan tuli ilmi myös, että Sharpen maksimoiva malli ei tuottaisi järkevää tulosta heidän datallaan. He kohtasivat jo luvussa 3.3.1 kaavaan 10 liitetyn ongelman: optimaalinen suojaus tuottaisi ainoastaan Sharpen minimoivia arvoja.

Malleissa on selviä eroja esiteltyjen tutkimusten perusteella. Vaikka tutkimusten määrä on pieni, voi mallien luonteesta ja tulosten johdonmukaisuudesta päätellä, että M-

MEG-malli ja HKL-malli eivät eroa merkittävästi minimivarianssisuojauksesta korkeilla riskinkarttamisen asteilla. Matalilla asteilla taas erot siihen ovat merkittäviä. M-GSV-suojaus sen sijaan eroaa Chenin ym. (2001) tutkimuksen mukaan erittäin matalilla ja kaikilla korkeammilla $v:n$ arvoilla, sen käyrän yhdistyessä minimivarianssikertoimeen vain hetkellisesti lähellä $v:n$ arvoa 1,5.

Mallien optimaalisuudesta ei voi lausua edellä esitellyn empirian valossa mitään tyhjentävää. Tulosten ollessa järkeviä lukuun ottamatta Sharpen mallissa havaittuja puutteita, voinee todeta Chenin ym. (2003) tutkimusta mukaillen, että mallit ovat erilaisia, mutta mitään ei voida pitää selvästi muita parempana. Martingaalisuus- ja etenkin normaalisuushypoteesi on kuitenkin todettu ainakin osittain paikkansapitämättömiksi edellisessä luvussa, mikä tukee muiden mallien kuin minimivarianssisuojauksen soveltamista etenkin matalammilla riskinkarttamisen asteilla. Lisäksi Chenin ym. (2001) tutkimus M-GSV-mallin mukaisen suojauskertoimen konvergoitumisesta melko kauaksi minimivarianssikertoimesta viittaa siihen, että korkeilla riskinkarttamisen asteilla kyseisestä mallista saisi mahdollisesti enemmän lisähyötyä tuotto-riskimielessä kuin muista malleista.

Yleisesti stokastisesti dominantit mallit ovat puhtaan teoreettisesti muita parempia niitä tukevien oletusten ollessa voimassa. M-GSV-mallin merkittävä ero M-MEG-malliin käytännön suojauksessa saatujen kertoimien osalta viittaa siihen, että malli saattaa tarjota lisähyötyä optimoinnissa. Tällainen ajatus on järkevä, mikäli olettaa stokastisesti dominantin suojauksen tuottavan merkittävästi erilaisia tuloksia minimivarianssisuojaukseen verrattuna, sillä M-MEG-kerroin konvergoitui korkeilla riskinkarttamisen asteilla sekä Kolbin ja Okunevin (1993) että Chenin ym. (2001) tutkimuksessa melko lähelle minimivarianssikerrointa ja M-GSV-kerroin taas tuotti melko erilaisen suojauksen. Asiasta kuitenkin tarvittaisiin lisätutkimusta ja teoreettista tukea ilmiön selittämiseksi. Vastaamattomaksi tämän tutkimuksen laajuudessa jää kuitenkin kysymys siitä, ovatko dynaamiset mallit yleisesti staattisia optimaalisempia ottaen huomioon transaktiokulut.



5 JOHTOPÄÄTÖKSET

Futuurisuojaus on havaittu monissa tutkimuksissa hyväksi tavaksi suojautua spesifeiltä riskeiltä, jotka voivat esim. olla ratkaisevia yrityksen liiketoiminnan jatkumisen (going concern) kannalta tai muuten keskeisiä yrityksen ydinbisnekselle. Futuurit voivat lisäksi tarjota mahdollisuuden siirtää tehokasta rintamaa vasemmalle, sillä futuurisopimukset ovat joskus ainoa tapa toteuttaa lyhyeksi myynti ja toisinaan pitkä positio olisi erilaisten kustannusten takia epärationaalista muodostaa ilman futuureja. Toisaalta pitkien ja lyhyiden futuuripositioden avulla on myös mahdollista ”liikkua” tehokkaalla rintamalla haluamaansa pisteeseen. Futuurisopimuksilla parannetaankin mahdollisesti portfolion tehokkuutta.

Futuurisuojauksen perusteoria on yhteydessä Portfolioteoriaan ja CAPM:iin. Käytännössä futuurisuojauskerroin h vastaa CAPM:n betaa ja mikäli kohde-etuus ja futuuri ovat täysin yhteneväisiä, saa edellinen arvon yksi. Tällöin se ei eroa markkinaportfolion betasta. Nollasta poikkeava basis-arvo, joka johtuu eroista joko maturiteetissa tai itse suojattavassa tuotteessa ja futuurissa, kuitenkin johtaa siihen, että nämä kaksi eivät aina täsmää. Jos ja kun tarkka basis-arvo ei ole etukäteen tiedossa, puhutaan basis-riskistä, joka puolestaan luo tarpeen suojauskertoimen estimoinnille.

Klassisesti futuurisuojaus on toteutettu varianssin minimoinnilla. Sen voidaan havaita olevan tarkasteltavana olevien tuotto-riskisuhteeltaan tehokkaiden suojausten kanssa yhtäpitävä, mikäli tuotot seuraavat puhdasta martingaaliprosessia ja spot- ja futuurihintojen yhteisjakauma on samaan aikaan normaali. Mikäli molemmat tai toinen hypoteeseista ei päde, saadaan joko osalla tai jokaisella malleista muodostettua minimivarianssia optimaalisempi suojaus, tuotto-riskimielessä.

Vaikka tutkielmassa pyritäänkin vertailemaan malleja, on pitkälle menevien johtopäätösten tekeminen monelta osin hankalaa. Malleja koskevien empiiristen tutkimusten vertailu on mahdotonta, koska mallit eivät ole parametreiltaan yhteismitallisia eivätkä ne täten anna mahdollisuutta kuin hyvin suuntaa antavien johtopäätösten tekemiselle. Olenaisemmat tutkimustulokset liittyvätkin martingaalisuus- ja yhteisjakautumisen normaaliuden hypoteesin paikkansapitävyyteen. Edellinen kertoo käytännössä futuurimarkkinoiden tehokkuudesta, eli siitä onko futuurihinnoissa kaikki aiempaa hintakehitystä heijasteleva markkinainformaatio eli täyttääkö futuurimarkkina heikosti tehokkaiden markkinoiden määritelmän.

Näiden pohjalta saatava tulos on käytännössä mahdollistava, muttei varsinaisesti vielä osoita yhdenkään mallin paremmuutta, ainoastaan sen, mitkä mallit ovat suurimmalla todennäköisyydellä ylipäättään hyödynnettävissä. Hypoteesien, empirian ja mallien ominaispiirteiden pohjalta voidaan kuitenkin lausua sekä vahvempia että heikompia näkemyksiä siitä, mitä malleja on rationaalista hyödyntää futuurisijoittamisessa ja mitä ei.

Mallit eroavat hieman siinä, miten vaativia ne ovat oletusten toteutumisen suhteen. HKL-malli ja Sharpen malli vaativat puhtaan martingaalisuuden hypoteesin hylkäämisen ollakseen hyödynnettävissä, ottaen huomioon, että monimutkaisemman suojauksen toteuttamisesta koituu mahdollisesti enemmän kustannuksia verrattuna minimivarianssisuojaukseen. Ilmaisua ”hyödynnettävä” käytetään jatkossa kuvaamaan sitä, että mallin avulla muodostettu suojauskerroin eroaa minimivarianssisuojauksesta, jolloin mallia on rationaalista käyttää olettaen korkeintaan pienet transaktiokulut. Minimivarianssisuojaukseksi tyypistyminen taas ajatellaan tilanteeksi, jossa muu malli ei tarjoa lisäarvoa eikä siten ole hyödynnettävissä, sillä monimutkaisemman mallin käytön oletetaan aiheuttavan vähintään pieniä lisäkustannuksia.

M-GSV tai M-MEG-malli puolestaan eivät muutu ei-hyödynnettäviksi vielä, jos martingaalisuushypoteesi pätee, sillä niiden riskiä minimoiva komponentti johtaa edelleen minimivarianssisuojauksesta poikkeavaan allokaatioon futuurien ja kohde-etuuden välillä. Myöskään normaalisuushypoteesin toteutuminen ei yksinään riitä poistamaan malleilta vaikuttavuutta. Kahden jälkimmäisen mallin käyttöä voi siis oletusten näkökulmasta pitää mielekkäämpänä kuin kahden ensiksi mainitun, sillä on epätodennäköisempää, että molemmat hypoteesit pitävät yhtä aikaa verrattuna vain toisen toteutumiseen. Sharpen mallin kohdalla, edellä mainittujen seikkojen lisäksi, sisäiset puutteet heikentävät sen hyödyntämisen mielekkyyttä, joten sen soveltamista voidaan pitää kaikista malleista vähiten rationaalisena.

Sijoittajan riskinkarttamisen aste on eräs muuttuja pohdittaessa sitä, mikä malli tuottaisi optimaalisimman suojauksen. Kaikki mallit Sharpen mallia lukuun ottamatta sisältävät parametrin, joka vastaa riskinkarttamiskerrointa. M-GSV-mallissa kyseinen parametri voi saada ainoastaan luonnolliset luvut väliltä 1 – 3. Mallissa on kuitenkin toinen termi, tavoitetuotto, jonka avulla riskiin suhtautumista voidaan myös muokata. Intuitiivisesti se onkin ehkä helpompi soveltaa kuin M-MEG-malli, jossa ainoastaan riskinkarttamisen parametrilla määritetään suhtautuminen riskiin.

Teoriassa M-MEG- ja M-GSV-mallilla saavutetaan keskenään hyvin samankaltaiset suojaukset, kun parametreille valitaan sopivat arvot. Edellisessä riskinkarttamisen korkea



kerroin luo suojauksen, joka keskittyy (enemmän) tuottojakauman alkupäähän ja sen hajonnan minimointiin. Jälkimmäisen kohdalla taas, kun oletetaan että riskinkarttamisen kerroin on valittu riskinkarttajille sopivaksi, tavoitetuoton asettaminen matalaksi johtaa osittain samanlaiseen asetelmaan: riskiä minimoidaan jakauman alkupäästä, mutta toisin kuin M-MEG-mallissa, ainoastaan sieltä.

M-GSV-malli sulkee riskin osalta täydellisesti jakauman loppupään (kulloiseenkin tavoitetuoton tasoon nähden) pois ja keskittyy esimerkiksi ainoastaan tuottojakauman ensimmäiseen desiiliin, jos tavoitetuotto on asetettu jakaumassa 10 %:n kohdalle. M-MEG-malli taas painottaa tiettyä jakauman päätä riskinkarttamisen kertoimen mukaan, mutta ei rajaa muuta osaa jakaumasta tarkastelun ulkopuolelle, paitsi arvoilla $v = 0$ ja $v \rightarrow \infty$. Malleissa onkin siinä mielessä selvä ero, että sijoittaja saa M-GSV-mallin avulla tehtyä intuitiivisesti yksinkertaisemman, vaikei toki välttämättä tehokkaamman, suojauksen: jos sijoittaja selkeästi preferoi tuoton jäämistä yli tietyn tason, on siihen tähtääminen selkeämpää M-GSV-mallilla.

Hypoteeseja yhteisjakauman normaalisuudesta ja siitä että tuotot seuraisivat puhdasta martingaaliprosessia, on tutkittu eri laajuudella. Sen vuoksi edellistä koskeva tutkimus saa lähtökohtaisesti suuremman painoarvon kuin jälkimmäistä koskeva, vaikkakin yksittäisten tutkimusten kattavuudella ja tutkittuihin futuureihin liittyvillä ominaisuuksilla on myös merkitystä johtopäätösten kannalta. Merkittävimmäksi katsotaan kuitenkin tulosten yhdensuuntaisuus, kun pohditaan, onko voimakkaiden tulkintojen tekeminen mielekästä.

Tarkasteltujen tutkimusten perusteella yhteisjakauman normaalisuuden hypoteesin hyväksymiseen tai hylkäämiseen ei voida ottaa ehdotonta kantaa, vaikkakin hylkääminen vaikuttaa todennäköisemmin futuurimarkkinoiden todellista tilaa kuvaavalta tulkinnalta. Jos tarkastelu taas rajataan lyhyisiin futuurisopimuksiin, voidaan normaalisuushypoteesin hylkäämistä pitää käytännössä selviönä. Puhtaan martingaalisuuden hypoteesin hyväksymisen suhteen tilanne on paljon epäselvempi kuin normaalisuushypoteesin kohdalla: tutkimusten esittämät tulokset ovat käytännössä keskenään liian ristiriitaisia, että yleispätevää tulkintaa siitä voitaisiin esittää. Molempien hypoteesien kohdalla onkin mielekkäämpää tehdä suojaushorisontti- ja kohde-etuustyyppikohtaisia tulkintoja.

Suojaushorisontin pituudella näyttää olevan merkitystä yhteisjakauman normaalisuuden, muttei puhtaan martingaalisuuden kohdalla. Kohde-etuustyyppi puolestaan näyttää vaikuttavan voimakkaasti martingaalisuushypoteesin toteutumiseen, mutta normaalisuuteen ei lainkaan. Näin voidaan päätellä Chenin ym. (2008) hylkäävien ja hyväksyvien

tulosten hajonnasta yli kaikkien futuurityyppien sekä siitä, että muissa tutkimuksissa tulokset olivat yhdensuuntaisia kohde-etuudesta riippumatta.

Vahvin tulos saatiin lyhyiden futuurisopimusten yhteisjakauman normaalisuudesta: kaikki kuusi tutkimusta puolsivat nollahypoteesin hylkäämistä. Pitkilläkin tulos oli muuten samansuuntainen, mutta Chenin ym. (2008) tutkimuksen puolesta ja vastaan olevat tulokset jättivät jonkin verran varaa epäilykselle. Melko todennäköiseltä vaikuttaa myös martingaalisuushypoteesin pitäminen muiden kuin osakeindeksifutuuriin kohdalla.

Käytännössä martingaalisuushypoteesin pitävyys viittaa siihen, että markkinat ovat heikosti tehokkaat. Intuitiivisesti tulos, jossa martingaalisuus mahdollisesti riippuu kohde-etuustyyppistä, saattaa viitata Kolbin ja Okunevin (1992), Ederingtonin ja Salasin (2008) sekä Martinezin ja Torron huomioihin kausivaihtelun vaikutuksista. Tällöin sama mallinnus ei välttämättä, ilman futuurityyppiin liittyvän hintakäytöksen huomioon ottamista, johda samanlaisiin tuloksiin kaikilla kohde-etuuksilla ja markkinoille syntyy tehottomuutta. Ilmiön vahvistaminen havaittujen martingaalisuushypoteesin tulosten osalta vaatisi kuitenkin kyseisten tutkimusten käyttämän aineiston tarkempaa analysointia.

Verrattaessa luvun 4.1 taulukon 1 mukaisia ehtoja hypoteeseja koskeviin tuloksiin, voidaan havaita, että M-GSV- ja M-MEG-malli ovat täydellisesti hyödynnettävissä vain, spesifeissä tapauksissa, jos niissäkään. Todennäköisimmin niistä saadaan lisäarvoa, kun kyseessä on sopimuspituudeltaan lyhytaikainen osakeindeksifutuuri, mutta myös silloin on martingaalisuushypoteesin vuoksi todennäköisempää, että malleilla ei saada haluttua tulosta. Jos taas kohde-etuutena on energiaa, hyödyke tai valuutta ja suojaushorisontti on pitkä, vaikuttaa puolestaan hyvin epätodennäköiseltä, että näillä malleilla saavutettaisiin tavoiteltu suojaus.

Hyödynnettävyydeltään heikoimmilta vaikuttavat HKL-malli ja Sharpen maksimointiin perustuva malli. Toisin kuin M-GSV- ja M-MEG -mallien kohdalla, katoaa saatava lisähyöty kokonaan, jos martingaalisuushypoteesi pätee. Lisäksi on huomioitava aiemmin mainitut seikat Sharpen mallin sisäisistä heikkouksista, joiden vuoksi se on järkevää jättää huomiotta optimaalista suojausta pohdittaessa.

Etu, jonka M-GSV ja M-MEG -mallit kahteen muuhun verrattuna saavat on siis, että martingaalisuushypoteesin toteutuminen ei vie niiltä kaikkea hyödynnettävyyttä, vaan ne typistyvät pelkän riskin huomioiviksi GSV- ja MG-malleiksi. Stokastisen dominanssin hyödyt kuitenkin katoavat tuottoelementin poistuessa MG-mallista. Näin käy myös GSV-mallille, olettaen että Chenin ym. (2001) esittämä näkemys mallista on paikkansapitävä.



Käytännössä siis M-GSV- ja M-MEG-malli tuottavat muita todennäköisemmin lisähyötyä tarjoavan suojauksen (olettaen että saatu hyöty on mahdollisia vähäisiä estimointikustannuksia suurempi), mikäli futuurisopimuksen kesto ja kohde-etuutta ei ole yksilöity. Muutkin mallit ovat kohtalaisella todennäköisyydellä hyödynnettäviä, jos kyse on osakeindeksifutuureista. Silloinkin on kuitenkin todennäköisempää, että M-GSV- ja M-MEG ovat ainoat hyödynnettävissä olevat mallit, muiden typistytessä minimivarianssijäätävien suojauksen toteuttaviksi.

Voidaan esittää, että sellaisella futuurilla, jonka kohde-etuus ja suojauspituus ovat tuntemattomia, kannattaa käyttää M-GSV ja M-MEG-suojausta. Mikäli jätetään edelleen futuurityyppi huomiotta, mutta tehdään oletus suojaushorisontin pituudesta, on mahdollista esittää melko vahvoja näkemyksiä siitä, mitä malleja pitäisi soveltaa. Etenkin lyhyillä sopimuksilla, joilla normaalisuushypoteesin pitämättömyys vaikuttaa olevan riidan tosiasia, ovat stokastisesti dominantit mallit odotusten pohjalta selvästi mielekkäin valinta. Pitkilläkin sopimuksilla ne ovat todennäköisimmin hyödynnettävissä olevat mallit ja siten kaikista rationaalisimmat vaihtoehdot.

Kun siirrytään tarkastelemaan erilaisia futuurityyppejä ja jätetään puolestaan suojaushorisontti huomiotta, voidaan sanoa, että todennäköisesti valuutta-, energia- ja hyödykefutuureilla ei kannata käyttää HKL- eikä etenkään Sharpen mallia, joista jälkimmäisen kohdalla myös sisäiset puutteet vahvistavat tulkintaa, että se soveltuu huonosti rationaaliselle sijoittajalle. Osakeindeksifutuurien kohdalla sijoittaja, joka tekee ristiriitaisten tutkimusten pohjalta arvion, että martingaalisuushypoteesi ei suurella todennäköisyydellä toteudu, voisi katsoa järkeväksi käyttää HKL-mallia. Toisaalta M-GSV- ja M-MEG -mallit toteutuisivat tällöin myös yhtä suurella todennäköisyydellä ja on sijoittajan omasta arviosta kiinni minkä suojauksen hän katsoo parhaimmaksi, sikäli kun malleista eri tutkimuksissa tehty vertailu ei tarjoa asiaan yksiselitteistä vastausta.

Jos kuitenkin verrataan puhtaan määrällisesti martingaalisuushypoteesin osakeindeksifutuurien kohdalla hyväksyneitä osatutkimuksia sen hylänneisiin, havaitaan että on epätodennäköisempää, että futuurien odotettua tuottoa voisi mallintaa tuloksellisesti. Tällöin onkin järkevämpää keskittyä riskin minimointiin, mikä varianssin pohjalta rakentuvalla HKL-mallilla ei luonnollisesti eroa minimivarianssisuojauksen muodostamisesta lainkaan. Oletettavasti siis ainoat lisähyötyä tarjoavat mallit ovat M-GSV ja M-MEG, niiden sisältäessä varianssista poikkeavan riskin mitan ja niiden soveltaminen vaikuttaakin rationaaliselta. Käytännössä ainoastaan tulos, joka vahvistaisi varmaksi molempien

hypoteesien paikkansapitävyyden, olisi johtanut siihen, että minimivarianssisuojausta olisi pidettävä järkevämpänä soveltaa kuin yhtäkään tarkasteltavaa mallia.

Toisin kuin normaalisuuden kohdalla, on martingalaisuudesta puhuttaessa väite hypoteesin hylkäämisestä hyvin epävarmalla pohjalla. Sijoittajan onkin tämän vuoksi todennäköisesti järkevämpää keskittyä suojauksiin, jotka tarjoavat optimaalisimman riskin minimoinnin. Toisaalta ei ole myöskään rationaalista poissulkea sitä vaihtoehtoa, että martingalaisuushypoteesi ei pätisikään aina. Tähän on syynä tutkimusten pieni lukumäärä, etenkin futuurityyppikohtaisesti tarkasteltaessa, ja jonkinasteiset ristiriitaisuudet tuloksissa. Todennäköisintä pätemättömyys on osakeindeksifutuurioiden kohdalla, mutta myöskään muiden tyyppien ei voida kovinkaan varmasti sanoa seuraavan puhdasta martingaaliprosessia, tehden tuoton ennustamisesta hyödytöntä.

Osassa tutkimuksia analysoitiin ainoastaan lyhyitä sopimuksia, mutta tulosten pohjalta tehtiin yleistys koskien kaikkia eri pituisia futuurisopimuksia, rajaamatta suojaushorisonttia lainkaan. Voisi siis olettaa, että moni asiaa tutkinut on katsonut, että sopimuksen pituudella ei ole tässä suhteessa merkitystä. Tämä oletus vaikuttaa kuitenkin olevan normaalisuushypoteesin kohdalla virheellinen, sillä Chenin ym. (2008) tekemä kattava (25 eri futuurisopimusta, sisältäen osakeindeksi-, energia-, hyödyke- ja valuuttafutuu-reita) tutkimus antaa niin selkeästi ja johdonmukaisesti toisistaan eroavat tulokset lyhyillä ja pitkillä sopimuksilla, että suojaushorisontti voidaan olettaa erottavaksi tekijäksi.

Käytännössä minkään mallin kohdalla tutkimukset eivät anna edes kohtalaista varmuutta siitä, että tuotto-riskimielessä tehokas futuurisuojaus, joka eroaa minimivarianssisuojauksesta, on mahdollista muodostaa. Lisätutkimus olisi siis hyödyllistä tiedon lisäämiseksi, vaikka vaikuttaakin selvältä, että M-MEG- ja M-GSV -mallit ovat hyödynnettävissä vähintään erilaisen riskikomponenttinsa ansiosta ja tuovat siten potentiaalista lisäarvoa. Tutkimusten osittain rajallisen määrän sekä niiden välisten ja sisäisten ristiriitaisuuksien lisäksi erilaiset käytännön markkinoita koskevat, mm. rullaukseen ja kausivaihteluun liittyvät tekijät, lisäävät tuloksiin liittyvää epävarmuutta. Tämän vuoksi suurempi määrä tutkimusta asian tiimoilta olisi välttämättömyys, jotta kaikkiin hypoteeseihin liittyviin kysymyksiin saataisiin varmuus.

Etenkin martingalaisuushypoteesia koskeva lisätutkimus antaisi mahdollisuuden tehdä tarkempia arvioita siitä, millaisten kohde-etuukseen kohdalla eri suojaukset ovat optimaalisia ja onko tulos ylipäättään vahvasti riippuvainen futuurityypistä. Tutkimusten määrä on sen kohdalla suhteellisen vähäinen ja kohde-etuudet osin erilaisia tutkimuksittain. Uudet tulokset voisivat mahdollisesti vahvistaa tässä tutkielmassa esiteltyjä tuloksia



energia-, valuutta- ja hyödykefutuuriin osalta, sekä antaa paremman kuvan siitä, hylätäänkö martingalaisuushypoteesi osakeindeksifutuuriin kohdalla. Suojaushorisontin suhteen lisätutkimus taas ei todennäköisesti toisi merkittäviä muutoksia kokonaiskuvaan. Normaalisuushypoteesin suhteen tulokset olivat periaatteessa hyvin yksisuuntaisia ja johdonmukaisia, mutta pitkien horisonttien kohdalla uudet tutkimukset toisivat kuitenkin vielä hieman lisäarvoa.

Eri suojausmallien tehokkuudesta tehtyihin empiirisiin tutkimuksiin vaikuttaa moni seikka, joiden perusteella tuloksia voidaan pitää vain suuntaa antavina. Voidaan kuitenkin esittää varovainen väite, että M-GSV-malli ja M-MEG-malli ovat erityisesti Sharpen malliin (johtuen sen sisäisistä puutteista, jotka johtavat virheellisiin suojauksiin), mutta myös HKL-malliin ja minimivarianssisuojaukseen verrattuna optimaalisempia tapoja toteuttaa futuurisuojaus. Ne ovat stokastisesti dominantteja suojauksia tuottavina malleina tuotto-riskimielessä teoreettisesti tehokkaampia, ja niiden ei voi empirian valossa odottaa myöskään aina konvergoituvan minimivarianssisuojaukseksi.

Käytännössä mikäli sijoittaja on hyvin voimakkaasti riskiä karttava, on hänen mahdollista tavoitella mallien tuottamaa suojausta koskevan tutkimuksen valossa erilaista positiota käyttämällä M-GSV-mallia. Muiden mallien mukaiset kertoimet sen sijaan pitkälti konvergoituvat lähelle minimivarianssisuojaukskerrointa. Periaatteessa, ottaen huomioon semivarianssin käytön hyötynäkökohdat, on mahdollista ajatella että ainoastaan tavoitetuon alle jäävään riskiin keskittyvä suojaus tarjoaisi joillekin sijoittajille lisäarvoa. Edellisen väitteen kohdalla ei voida kuitenkaan nojata kuin intuitioon ja on myös mahdollista, että jokin mallisi tuottaa tehottoman tuloksen, mikä selittäisi sen mukaisen suojaukskerroimen ajalehtimisen kauaksi minimivarianssikertoimesta. Lisäselvyyden saaminen asiaan edellyttäisi vahvaa teoriaan perustuvaa selitystä ilmiölle, mikä puolestaan vaatisi lisätutkimusta aiheesta.

On myös huomioitava, että äärimmäisiä riskinkarttamisen asteita lukuun ottamatta mallit eivät ole kovin hyvin vertailukelpoisia keskenään, sillä niiden riskinkarttamiskertoimet eivät ole vertailukelpoisia. Kun lisäksi myös erot muissa parametreissa vääristäisivät vertailua, ei tietyssä määrin riskiä karttavan sijoittajan kohdalla voida nykyisen tutkimuksen valossa tehdä aukotonta vertailua siitä, millaisen suojaukskerroimen hän milläkin suojauksella muodostaisi.

Tutkimus jättää käsittelemättä sen, mikä on tehokkain tapa matemaattisesti estimoida kunkin mallin mukainen suojaukskerroin (esim. onko PNS-menetelmä paras tapa laskea minimivarianssisuojaukskerroin tai Kernelin metodi M-GSV-suojaukskerroin).

Estimointimenetelmä vaikuttaa luonnollisesti käytännön suojauksen tehokkuuteen, mutta kyseiseen tekijään liittyvä problematiikka jää tämän tutkielman laajuuden ulkopuolelle.

On myös huomioitava, että moni mm. Chenin ym. (2003, 2014) esittelemistä suojausmalleista on dynaaminen. Tässä tutkielmassa taas on analysoitu vain keskeisimpiä staattisia malleja, jotka perustuvat vain kohde-etuuteen ja sitä suojaavaan futuuriin. Tutkielman rajaus ei ota kuitenkaan kantaa siihen, ovatko nämä mallit muilla periaatteilla muodostettuja parempia. Tämä on kysymys, jossa olisi otettava huomioon mm. transaktiokustannukset. Laajemman tutkielman kohdalla vertailuun kannattaisikin ottaa mukaan myös dynaamiset mallit sekä sellaiset staattiset mallit, jotka ottavat myös muut sijoituskohteet huomioon.

LÄHTEET

Artikkeli tieteellisessä aikakausjulkaisussa

- Ahmadi, H. – Z. Sharp, P. A. and Walther, C. H. (1986) The effectiveness of futures and options in hedging currency risk. *Advances in Futures and Options Research*, Vol. 1, 171–91.
- Allyannis, G. – Weston, J.P. (2001) The use of foreign currency derivatives and firm market value. *The Review of Financial Studies*, Vol. 14 (1), 243–276.
- Anderson, R.W. – Danthine, J. (1980) Hedging and joint production: Theory and Illustrations. *The Journal of Finance*, Vol. 35 (2), 487–498.
- Atkinson, A.B. (1970) On the measurement of inequality. *Journal of Economic Theory*, Vol. 2, 244–263.
- Bartram, S.M. – Brown, G.W. – Fehle, F.R. (2009) International evidence on financial derivatives usage. *Financial Management*, Vol. 38 (1), 185–206.
- Bawa, V. (1978) Safety-first, stochastic dominance, and optimal portfolio choice. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 13 (2), 255–271.
- Bianchi, R.J. – Drew, M.E. – Fan, J.H. (2015) Combining momentum with reversal in commodity futures. *Journal of Banking and Finance* – Vol. 59, 423–444.
- Carter, D.A. – Rogers, D.A. – Simkins, B.J. (2006) Does hedging affect firm value? Evidence from the US airline industry. *Financial Management*, Vol. 35 (1), 53–86.
- Chang, J.S.K. – Shanker, L. (1986). Hedging effectiveness of currency options and currency futures. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 6 (2), 289–305.
- Chen, S. – Lee, C. – Shrestha, K. (2001) On a mean-generalized semivariance approach to determining the hedge ratio. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 21 (6), 581–598.
- Chen, S. – Lee, C. – Shrestha, K. (2003) Futures hedge ratios: a review. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol. 43 (3), 433–465.
- Chen, S. – Lee, C. – Shrestha, K. (2004) An empirical analysis of the relationship between the hedge ratio and hedging horizon: a simultaneous estimation of the short- and long-run hedge ratios. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 24 (4), 359–386.
- Chen, S. – Lee, C. – Shrestha, K. (2008) Do the pure martingale and joint normality hypotheses hold for futures contracts? Implications for the optimal hedge ratios. *Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol. 48 (1), 153–174.



- Chen, Y. – Ho, K. – Tzeng, L.Y. (2014). Riskiness-minimizing spot-futures hedge ratio. *Journal of Banking & Finance*, Vol. 40, 154–164.
- Cheung, C.S. – Kwan, C.C.Y. – Yip, P.C.Y. (1990) The hedging effectiveness of options and futures: a mean-gini approach. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 10, 61–73.
- Cotter, J. – Hanly, J. (2012) A utility based approach to energy hedging. *Energy Economics*, Vol. 34 (3), 817 –827.
- Ederington, L.H. (1979) The hedging performance of the new futures markets. *The Journal of Finance*, Vol. 34 (1), 157 –170.
- Ederington, L.H. – Salas, J.M. (2008) Minimum variance hedging when spot price changes are partially predictable. *Journal of Banking & Finance*, Vol. 32 (5), 654–663.
- Eun, C.S. – Resnick, B.G. (1988). Exchange rate uncertainty, forward contracts, and international portfolio selection. *The Journal of Finance*, Vol. 43 (1). 197–215.
- Fama, E.F. (1991) Efficient capital markets: II. *The Journal of Finance*, Vol. 46 (5), 1575–1617.
- Fama, E.F. – French, K.R. (1987) Commodity futures prices: some evidence on the forecast power, premiums and the theory of storage. *The Journal of Business*, Vol. 60 (1), 55–73.
- Fishburn, P.C. (1977) Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns. *American Economic Review*, Vol. 67 (2), 116–126.
- Gardner, B.J. (1989) Rollover hedging and missing long-term futures markets. *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 71 (2), 311–318.
- Granger, C.W.J. – Orr, D. (1972) Infinite variance and research strategy in time series analysis. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 67 (338), 275–285.
- Hanoch, G. – Levy, H. (1969) The efficiency analysis of choices involving risk. *The Review of Economic Studies*, Vol. 36 (3), 335–346.
- Hanoch, G. – Levy, H. (1970). Relative effectiveness of efficiency criteria for portfolio selection. *Journal of financial and quantitative analysis*, Vol. 5 (1), 63–76.
- Helms, B.P. – Martell, T.F. (1985) An examination of the distribution of price changes. *The Journal of Futures Markets*. Vol. 5 (2), 259–272.
- Hogan, W.W. – Warren, J.M. (1974) Toward the development of an equilibrium capital-market model based on semivariance. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 9 (1), 1–11.

- Howard, C.T. – D’Antonio, L.J. (1984) A risk-return measure of hedging effectiveness. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 19 (1), 101–112.
- Hsin, C. – Kuo, J. – Lee, C. (1994) A new measure to compare the hedging effectiveness of foreign currency futures versus options. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 14 (6), 685–707.
- Jensen, G.R. – Johnson, R.R. – Mercer, J.M. (2000) Efficient use of commodity futures in diversified portfolios. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 20 (5), 489–506.
- Jona, A. de. – Roon, F. de. – Veld, C. (1997) Out-of-sample hedging effectiveness of currency futures for alternative models and hedging strategies. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 17 (7), 817–837.
- Kolb, R.W. – Okunev, J. (1992) An empirical evaluation of the extended mean-gini coefficient for futures hedging. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 13 (1), 177–186.
- Kolb, R.W. – Okunev, J. (1993) Utility maximizing hedge ratios in the extended mean gini framework. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 13 (6), 597–609.
- Korsvold, P.E. (1994) Hedging efficiency of forward and option currency contracts. *Working Papers in Economics*. No. 195. Department of Economics, University of Sydney.
- Levy, H. – Sarnat, M. (1970). International diversification of investment portfolios. *American Economic Review*, Vol. 60 (4), 668–675.
- Lien, D. – Luo, X. (1993) Estimating extended mean-gini coefficient for futures hedging. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 13 (6), 665–676.
- Lien, D. – Tse, Y.K. (1998) Hedging time-varying downside risk. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 18 (6), 705–722.
- Lien, D. – Tse, Y.K. (2000) Hedging downside risk with futures contracts. *Applied Financial Economics*, Vol. 10 (2), 163–170.
- Lien, D. – Shrestha, K. (2010) Estimating optimal hedge ratio: a multivariate skew-normal distribution approach. *Applied Financial Economics*, Vol. 20, 627–636.
- Liu, Y. – Zhang, W. – Chen, R. – Fu, J. (2014) Hedging long-term exposures of a well-diversified portfolio with short-term stock index futures contracts. *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 14.
- Mao, J.C.T. (1970a) Models of capital budgeting, E-V vs. E-S. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 4 (5), 657–675.



- Mao, J.C.T. (1970b) Survey of capital budgeting: theory and practice. *The Journal of Finance*, Vol. 25 (2), 349–360.
- Markowitz, H.M. (1952) Portfolio selection. *The Journal of Finance*, Vol. 7 (1), 77–91.
- Markowitz, H.M. (1991) Foundations of Portfolio theory. *The Journal of Finance*, Vol. 46 (2), 469–477.
- Martinez, B. – Torro, H. (2015) European natural gas seasonal effects on futures hedging. *Energy Economics*, Vol. 50, 154 –168.
- Merton, R.C. (1990) An intertemporal capital asset pricing model. *Econometrica*, Vol. 41 (5), 867– 887.
- Porter, R.B. (1974) Semivariance and stochastic dominance: a comparison. *American Economic Review*, Vol. 64 (1), 200–204.
- Roy, A.D. (1952) Safety-first and the holding of assets. *Econometrica*, Vol. 20 (3), 431–449.
- Rotschild, M – Stiglitz, J.M. (1969) Increasing risk: a definition and its economic consequences. *Cowles Foundation Discussion Paper No. 275*, Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University.
- Shalit, H. (1995) Mean-gini hedging in futures market. *The Journal of Futures Markets*, Vol. 15 (6), 617–635.
- Shalit, H. – Yitzhaki, S. (1984) Mean-gini, portfolio theory, and the pricing of risky assets. *The Journal of Finance*, Vol. 39 (5), 1449–1468.
- Shrestha, K – Subramaniam, R – Rassiah, P. (2017) Pure martingale and joint normality tests for energy futures contracts. *Energy Economics*, Vol. 63, 174 –184.
- Yitzhaki, S. (1982) Stochastic dominance, mean variance, and gini's mean difference. *American Economic Review*, Vol. 72 (1), 178–185.
- Yitzhaki, S. (1983) On an extension of the gini inequality index. *International Economic Review*, Vol. 24 (3), 617–628.

Kirjallisuus

- Cvitanić, J. – Zapatero, F. (2004) *Introduction to the economics and mathematics of financial markets*. The MIT Press, United States of America.
- Howells, P. – Bain, K. (2005) *The economics of money, banking and finance. A European text*. Pearson Education Limited, Gosport, Englanti.

- Hull, J.C. (2009) *Options, futures and other derivatives*. 7. painos. Pearson Education Inc, India.
- Hull, J.C. (2010) *Risk management and financial institutions*. 2. painos. Pearson Education Inc, United States of America.
- Jorion, P. – Khoury, S. J. (1996) *Financial risk management. Domestic and international dimensions*. Blackwell Business, United States of America.
- Lee, C. – Lee, A.C. (2006) *Encyclopedia of finance*. Springer Science+ Business Media Inc, United States of America.
- Levy, H. (2006) *Stochastic dominance. Invest decision making under uncertainty*. 2. painos. Springer Science+ Business Media Inc, United States of America.
- Lyu, Y. (2002) *Financial engineering and computation. Principles, mathematics, algorithms*. Cambridge University Press, United States of America.
- Pilbeam, K. (2010) *Finance & financial markets*. 3. painos. Palgrave Macmillan, China.
- Varian, H.R. (1992) *Microeconomic analysis*. 3. painos. W.W. Norton & Company Inc, United States of America.

